



ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

# Mercati finanziari, risparmio e trasparenza

19 ottobre 2012 | ore 10.00

Università di Bologna | Facoltà di Economia | Aula Magna | Piazza Scaravilli 2 | Bologna

La crisi finanziaria è anche crisi di fiducia. Quale ruolo hanno avuto regole e trasparenza (o la loro mancanza) e quali prospettive abbiamo in Europa per rafforzare il rapporto fiduciario tra emittenti, pubblici e privati, intermediari finanziari e risparmiatori? A queste tematiche è dedicato il Convegno.

## PROGRAMMA

ore 10.00 Apertura convegno

C. D'Adda, *Università di Bologna*  
Una politica finanziaria per l'Europa

M. Pezzinga, *Consob*  
La crisi finanziaria e il ruolo dei Regulators

U. Patroni Griffi, *Università di Bari*  
L'informativa finanziaria: aspetti giuridici

M. Minenna, *Università Bocconi*  
Misure di probabilità e valore di un prodotto finanziario

R. Cesari, *Università di Bologna*  
Enti locali, derivati e trasparenza

ore 13.00-14.30 Lunch

ore 14.30 Interventi

H. Geman, *University of London*  
I mercati finanziari dopo Lehman

A. Finocchiaro, *Covip*  
Previdenza e trasparenza

A. Penati, *Università Cattolica*  
Le banche e i risparmiatori: la trasparenza che non c'è

ore 16.30 Tavola rotonda

M. Maré, *Università della Tuscia*  
U. Cherubini, *Università di Bologna*  
R. D'Ecclesia, *Università di Roma - La Sapienza*  
F. Corielli, *Università Bocconi*

Coordina O. Carabini, *L'Espresso*

Convegno realizzato con  
la collaborazione di:



Per info: Tel. +39 051 2091397  
l.pompei@fondazionealmamater.it



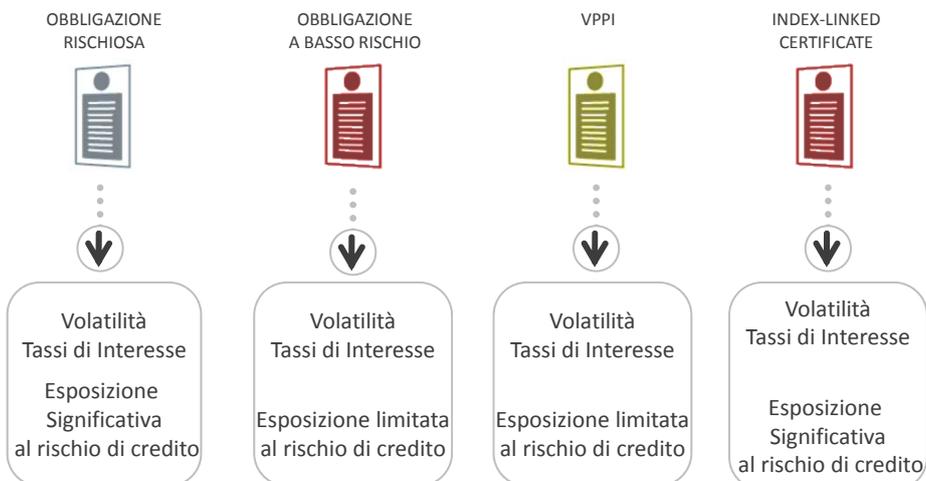
## Misure di probabilità e valore di un prodotto finanziario

Marcello Minenna  
Università Bocconi

Le opinioni espresse in questo lavoro sono attribuibili soltanto all'autore.

### Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

L'analisi delle distribuzioni di probabilità implicita nei dati di mercato richiede la stima di tutti i fattori di rischio rilevanti connessi con la struttura finanziaria di ogni prodotto ...



2

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

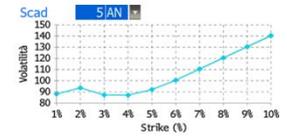
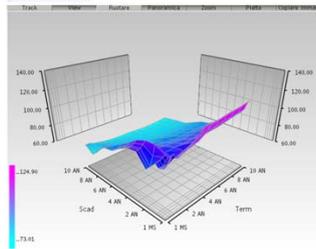
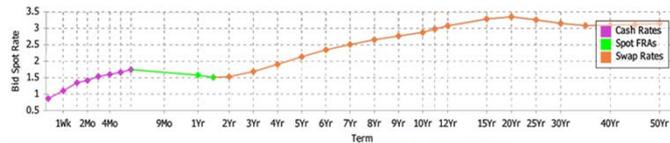
**OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA**

I fattori di rischio sono stimati attraverso l'utilizzo di dati correnti di mercato (rischio di tasso).



**Volatilità  
Tassi di  
Interesse**  
Esposizione  
Significativa  
al rischio di credito

### Volatilità Tassi di Interesse



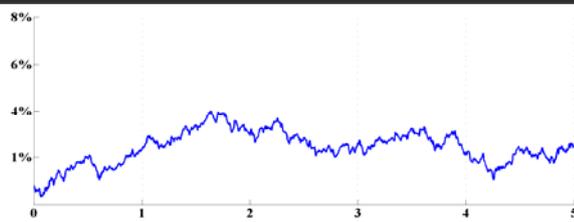
3

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

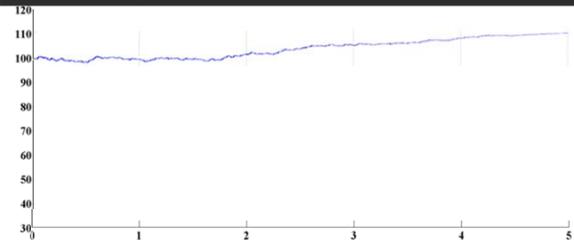
**OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA**



### Euribor 3 Mesi – traiettorie simulate



### Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



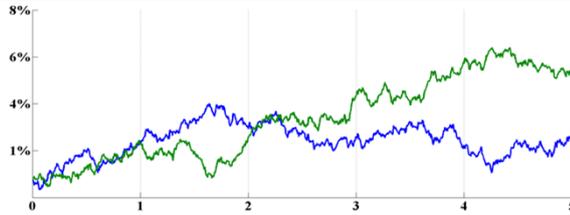
4

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

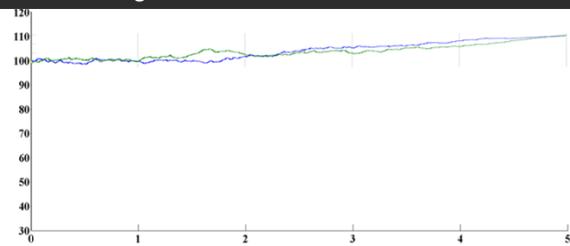
OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



Euribor 3 Mesi – traiettorie simulate



Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



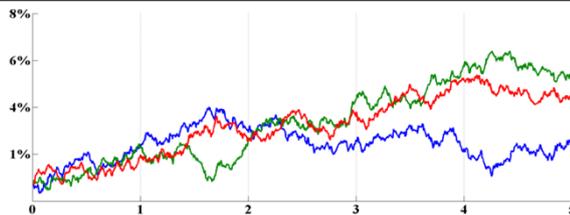
5

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

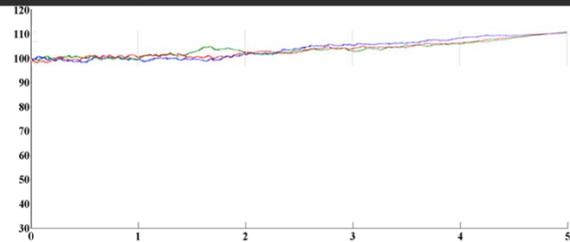
OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



Euribor 3 Mesi – traiettorie simulate



Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



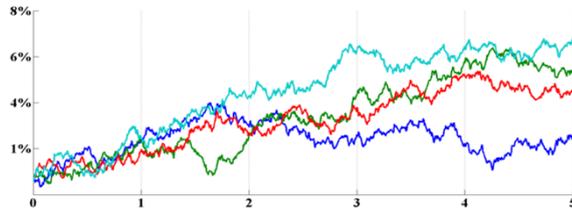
6

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

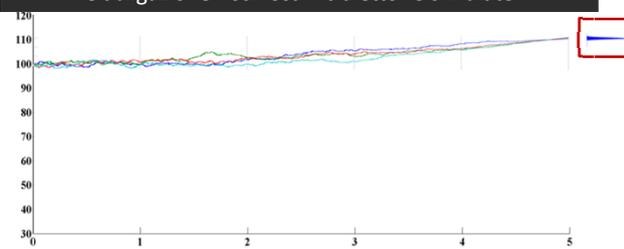
OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



Euribor 3 Mesi – traiettorie simulate



Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



7

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

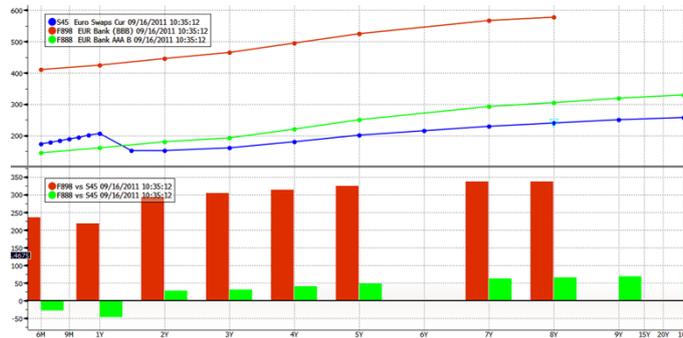
OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



Volatilità  
Tassi di  
Interesse  
Esposizione  
significativa  
al rischio di credito

I fattori di rischio sono stimati attraverso l'utilizzo di dati correnti di mercato (rischio di credito).

Curve di tassi di interesse settoriali



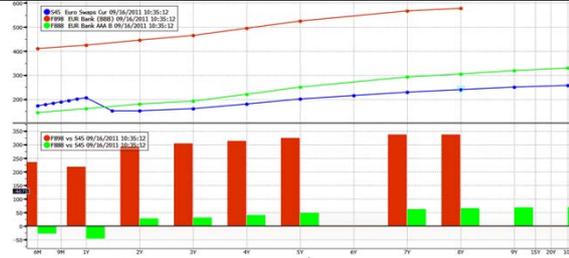
8

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

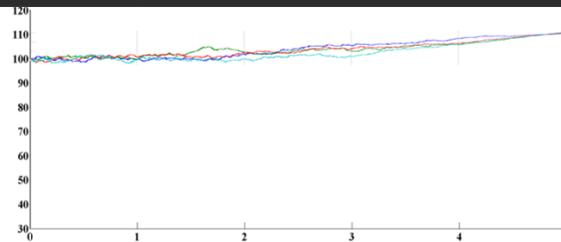
OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



### Curva dei rendimenti per differenti emittenti



### Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



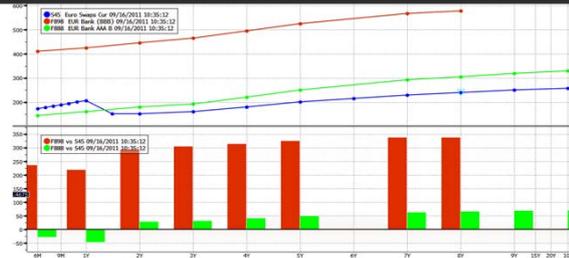
9

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

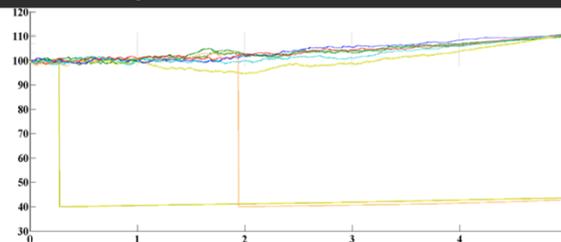
OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



### Curva dei rendimenti per differenti emittenti



### Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



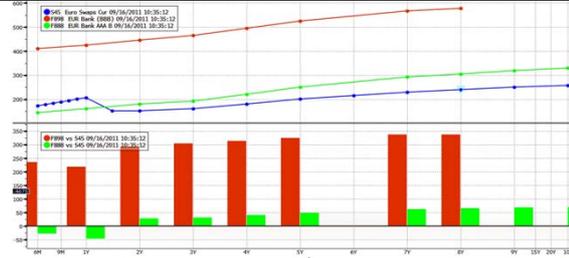
10

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

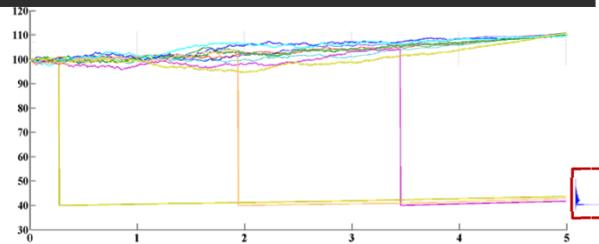
OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



### Curva dei rendimenti per differenti emittenti



### Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



11

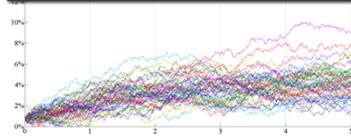
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA

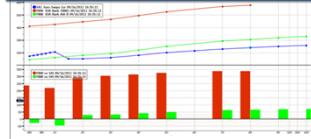


I fattori di rischio determinano il valore del prodotto lungo l'arco della vita dello stesso e a scadenza

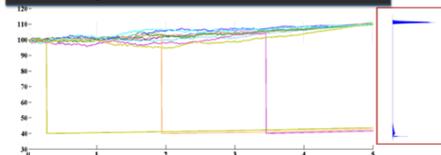
### Euribor3 Mesi – traiettorie simulate



### Curva dei rendimenti per differenti emittenti



### Obbligazione rischiosa – traiettorie simulate



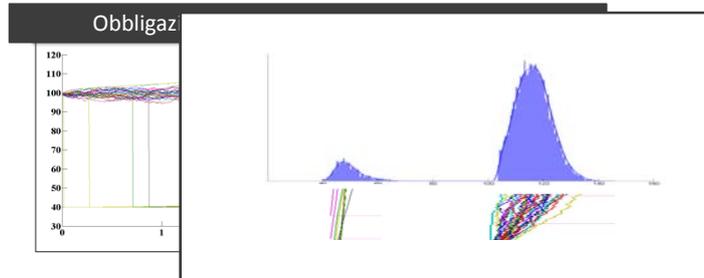
12

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



I valori finali del prodotto impliciti nei dati di mercato determinano la distribuzione di probabilità dei rendimenti potenziali (i.e. il *pricing a scadenza*) ...



**Possibili Realizzazioni**

*Pricing a scadenza*

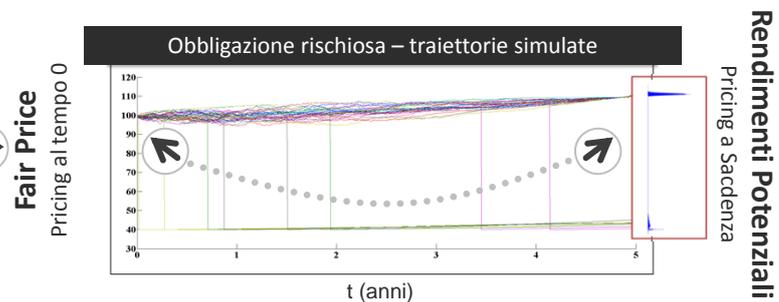
13

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



... il "*fair value*" del prodotto alla data di stipula è ottenuto, come nella *best practice* delle procedure di *pricing* dell'intermediario, valutando il valore atteso scontato della distribuzione



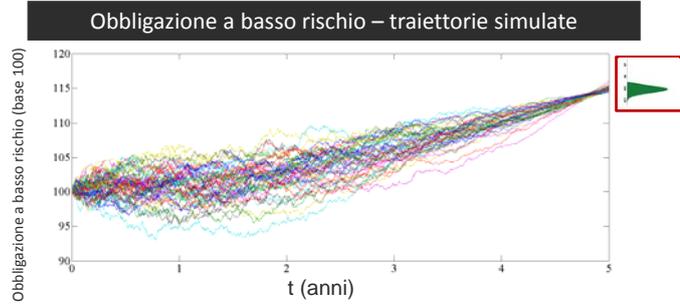
Il *pricing a scadenza* non rappresenta quindi una "*previsione*" dei rendimenti futuri, ma l'*estrapolazione* dei possibili risultati a scadenza del prodotto che risultano coerenti con i dati correnti di mercato (i.e. con il prezzo del prodotto).

14

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### OBLIGAZIONE A BASSO RISCHIO

L' esposizione limitata al rischio di credito si traduce in un più basso (o al limite nullo) numero di traiettorie che sperimentano un evento di *default*.

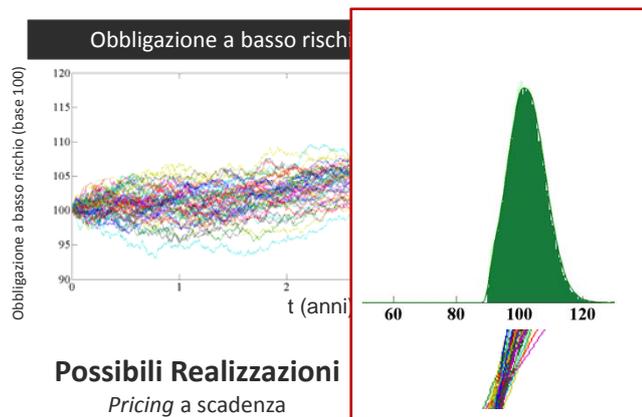


15

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### OBLIGAZIONE A BASSO RISCHIO

L' esposizione limitata al rischio di credito si traduce in un più basso (o al limite nullo) numero di traiettorie che sperimentano un evento di *default*.



16

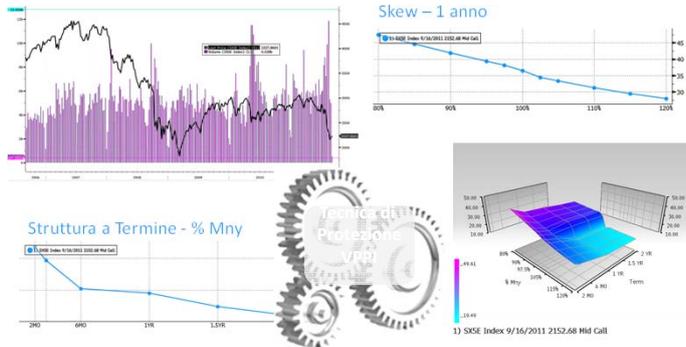
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

VPPI



Volatilità  
Tassi di Interesse  
**Esposizione limitata  
al rischio di mercato**

I fattori di rischio rilevanti sono stimati attraverso l'utilizzo di dati correnti di mercato (rischio di mercato).



La tecnica VPPI mira a proteggere il valore iniziale dell'investimento finanziario su uno specifico orizzonte temporale ed ottenere altresì un possibile guadagno attraverso un'esposizione limitata ai mercati azionari.

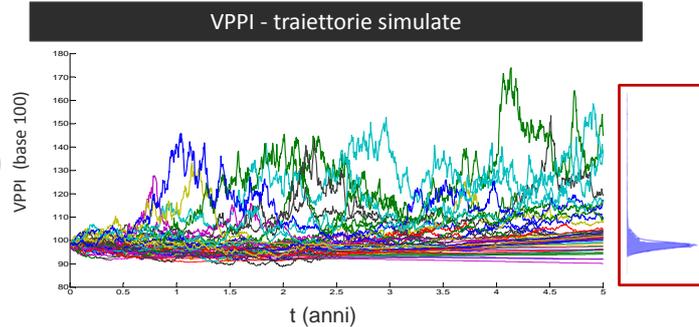
17

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

VPPI



La tecnica VPPI mira a proteggere il valore iniziale dell'investimento finanziario su uno specifico orizzonte temporale ed ottenere altresì un possibile guadagno attraverso un'esposizione limitata ai mercati azionari.



18

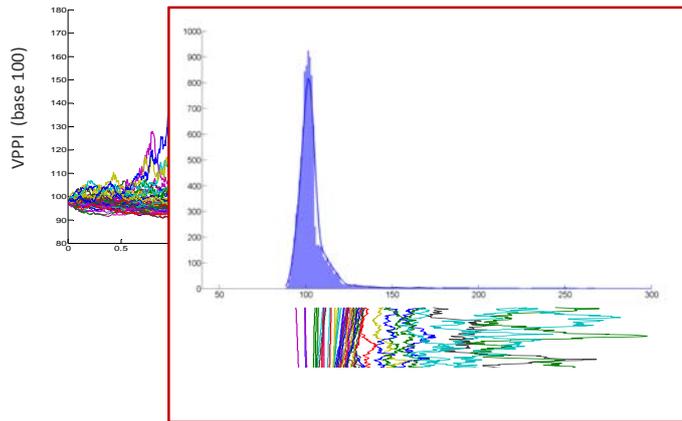
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

VPPI



La tecnica VPPI mira a proteggere il valore iniziale dell'investimento finanziario su uno specifico orizzonte temporale ed ottenere altresì un possibile guadagno attraverso un'esposizione limitata ai mercati azionari.

VPPI – traiettorie simulate



19

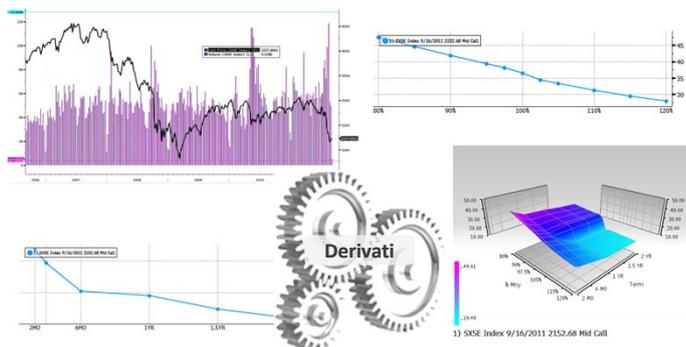
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

INDEX LINKED CERTIFICATE



Esposizione significativa al rischio di mercato

I fattori di rischio rilevanti sono stimati attraverso l'utilizzo di dati correnti di mercato (rischio di mercato).



Un index-linked certificate è un contratto caratterizzato da una complessa ingegneria finanziaria che fa un utilizzo intensivo di diverse componenti derivate. Questi derivati ancorano le performance del prodotto alla variabilità di un indice azionario.

20

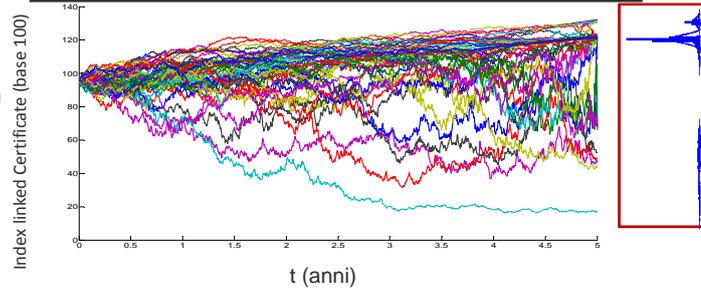
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### INDEX LINKED CERTIFICATE



Un index-linked certificate è un contratto caratterizzato da una complessa ingegneria finanziaria che fa un utilizzo intensivo di diverse componenti derivative. Questi derivati ancorano le performance del prodotto alla variabilità di un indice azionario.

Index linked Certificate - traiettorie simulate



21

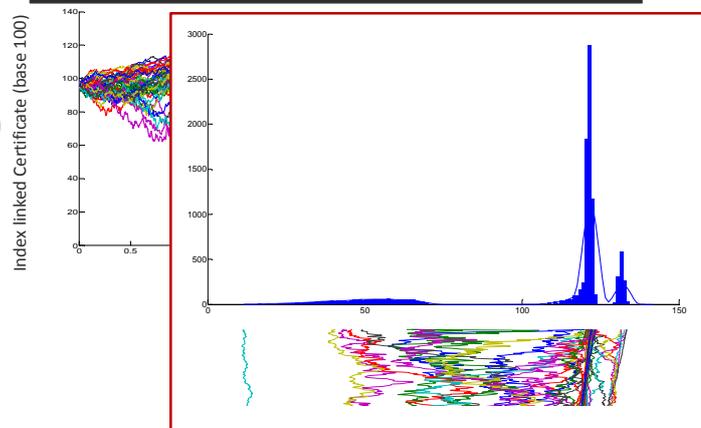
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### INDEX LINKED CERTIFICATE



Un index-linked certificate è un contratto caratterizzato da una complessa ingegneria finanziaria che fa un utilizzo intensivo di diverse componenti derivative. Questi derivati ancorano le performance del prodotto alla variabilità di un indice azionario.

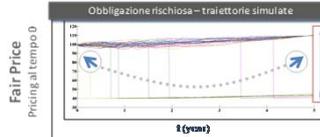
Index linked Certificate – traiettorie simulate



22

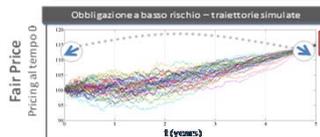
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



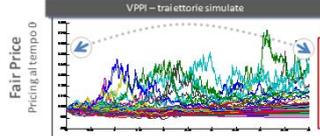
Rendimenti Potenziali  
Pricing a scadenza

OBLIGAZIONE A  
BASSO RISCHIO



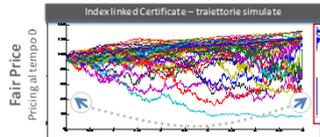
Rendimenti Potenziali  
Pricing a scadenza

VPPI



Rendimenti Potenziali  
Pricing a scadenza

INDEX LINKED  
CERTIFICATE



Rendimenti Potenziali  
Pricing a scadenza

**Il Prezzo Fair**  
al tempo zero  
è un  
**indicatore**  
**medio**

23

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

OBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



OBLIGAZIONE A  
BASSO RISCHIO



VPPI



INDEX LINKED  
CERTIFICATE



**Il prezzo Fair al tempo zero è un indicatore medio**



**Il primo momento della distribuzione di probabilità alla data di scadenza è anch'esso un indicatore medio**

Distribuzione di Probabilità  
dell'Obbligazione Rischiosa



Distribuzione di Probabilità  
dell'Obbligazione a basso rischio



Distribuzione di Probabilità  
del VPPI



Distribuzione di Probabilità  
dell'Index Linked Certificate



**Anche il T.I.R. (Tasso interno di rendimento) è un indicatore medio**

Distribuzione di Probabilità  
dell'Obbligazione Rischiosa



Distribuzione di Probabilità  
dell'Obbligazione a basso rischio



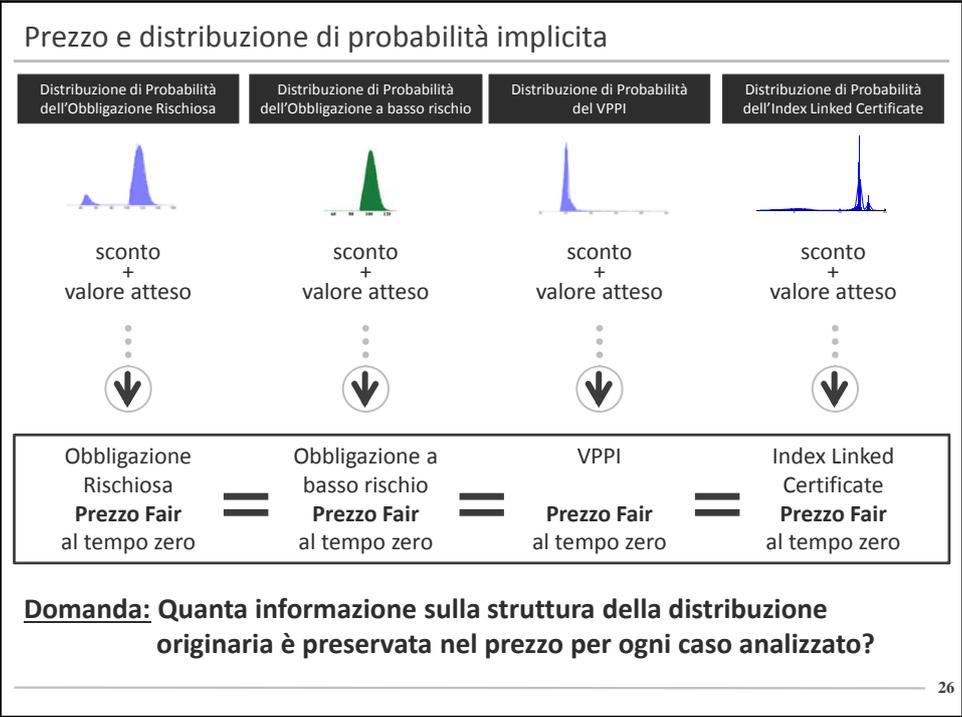
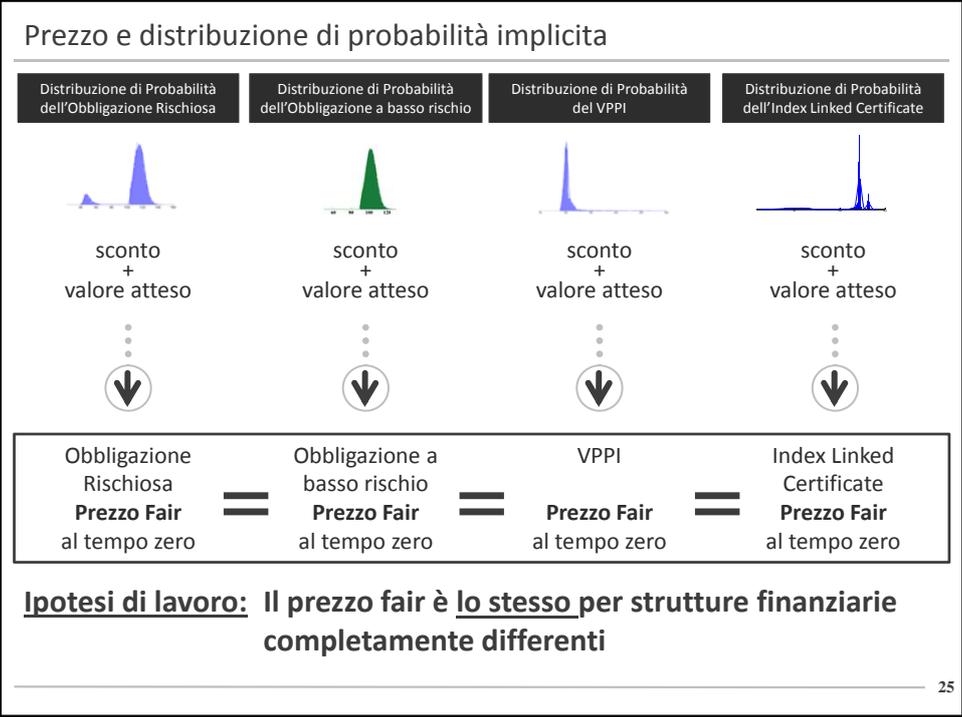
Distribuzione di Probabilità  
del VPPI



Distribuzione di Probabilità  
dell'Index Linked Certificate



24



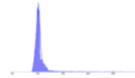
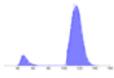
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione Rischiosa

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione a basso rischio

Distribuzione di Probabilità del VPPi

Distribuzione di Probabilità dell'Index Linked Certificate



### PROPRIETA' STATISTICHE DELLE DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA'



Bimodalità  
Alta dispersione



Regolarità  
Simmetria  
Bassa dispersione



Asimmetria  
Curtosi



Multimodalità  
Asimmetria  
Curtosi  
Alta dispersione

27

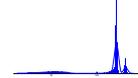
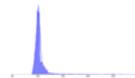
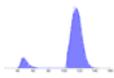
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione Rischiosa

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione a basso rischio

Distribuzione di Probabilità del VPPi

Distribuzione di Probabilità dell'Index Linked Certificate



### PROPRIETA' STATISTICHE DELLE DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA'



Bimodalità  
Alta dispersione



Regolarità  
Simmetria  
Bassa dispersione



Asimmetria  
Curtosi

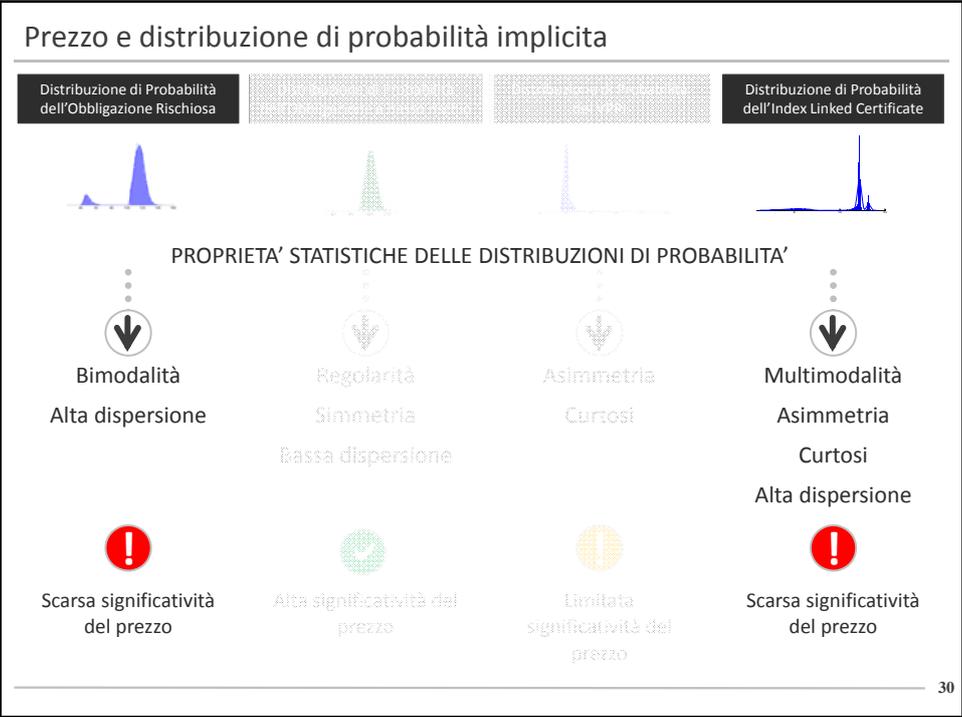
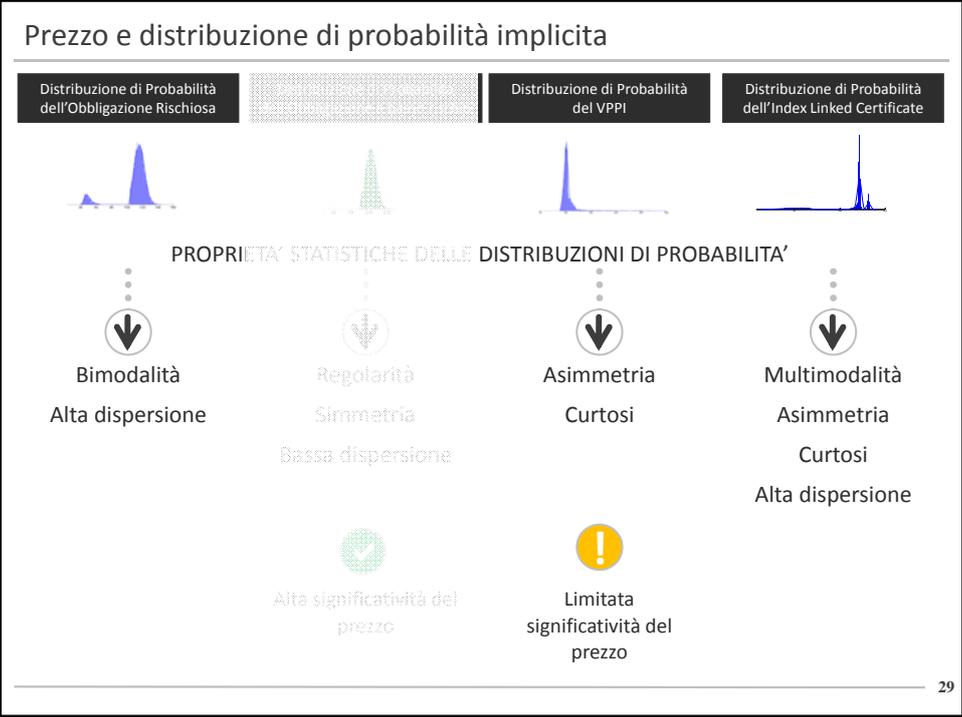


Multimodalità  
Asimmetria  
Curtosi  
Alta dispersione



Alta significatività del prezzo

28



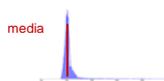
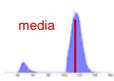
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione Rischiosa

Distribuzione di Probabilità dell'Obbligazione a basso rischio

Distribuzione di Probabilità del VPPi

Distribuzione di Probabilità dell'Index Linked Certificate



### PROPRIETA' STATISTICHE DELLE DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA'



**Il prezzo e la media corrispondente a scadenza – in presenza di distribuzioni IRREGOLARI – qualificano un'informazione parziale e fuorviante**

31

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

 ...   
Significatività del prezzo

**Essendo una media pesata, il prezzo è strettamente connesso con il primo momento della distribuzione di probabilità**

Come suggerito dalla letteratura, in presenza di multimodalità e forme irregolari per la distribuzione di probabilità, il numero dei momenti necessario per descrivere compiutamente la distribuzione stessa aumenta drammaticamente.

Referenze:

- (1) Shohat, Tamarkin, 1943 - American Mathematical Survey
- (2) Szego, 1959 - American Mathematical Society
- (3) Totik, 2000 – Journal of Analytical Mathematics
- (4) Gavriladis, Athanassoulis, 2009 – Journal of Computational and Applied Mathematics

32

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



Significatività del prezzo

Strumenti matematici per testare la significatività del prezzo

Dato un numero finito di momenti  $2k$ , è possibile derivare la seguente relazione approssimata tra la funzione di densità di probabilità  $f(x)$  e il corrispondente funzionale di Christoffel di grado  $k$ :

$$f(x) \approx f_{AP,k}(x) = \frac{k}{c_0 \pi \sqrt{(x-a)(b-x)}} \lambda_k(x)$$

con  $x \in [a, b]$ .  $c_0$  è un fattore di normalizzazione.



E' dunque immediato applicare la formula approssimante per differenti valori di  $k$  al fine di testare l'accuratezza dell'approssimazione per la funzione di densità di probabilità corrispondente ai 4 prodotti in analisi.

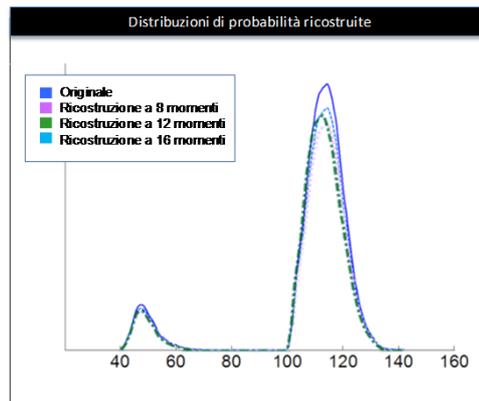
33

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

 Bimodalità  
Alta dispersione

### Test di Significatività

OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA



Almeno 16 momenti sono necessari per ottenere un'approssimazione soddisfacente della distribuzione originaria. Il contenuto informativo del primo momento sembra molto limitato.

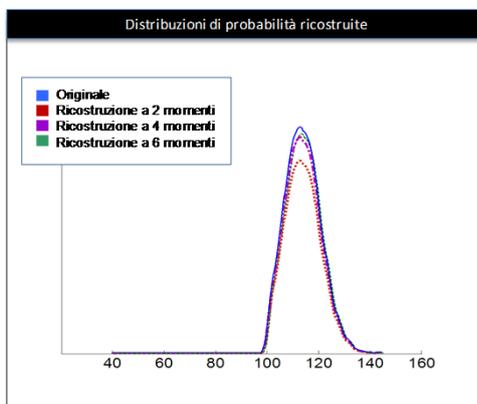
34

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

- ✓ Regolarità
- ✓ Simmetria
- ✓ Bassa dispersione

### Test di Significatività

OBBLIGAZIONE A BASSO RISCHIO



Solo 4 momenti sono sufficienti per descrivere correttamente la distribuzione originaria. Il contenuto informativo del primo momento può essere considerato adeguato.

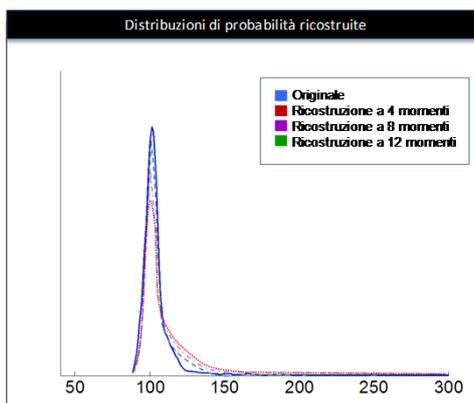
35

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

- ! Asimmetria
- ! Curtosi

### Test di Significatività

VPPI



12 momenti descrivono correttamente la struttura della distribuzione originaria. Il contenuto informativo del primo momento necessita un'integrazione.

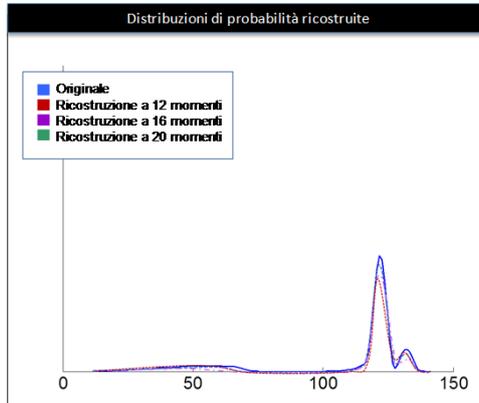
36

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

- ! Multimodalità
- Asimmetria
- Curtosi
- Alta dispersione

### Test di Significatività

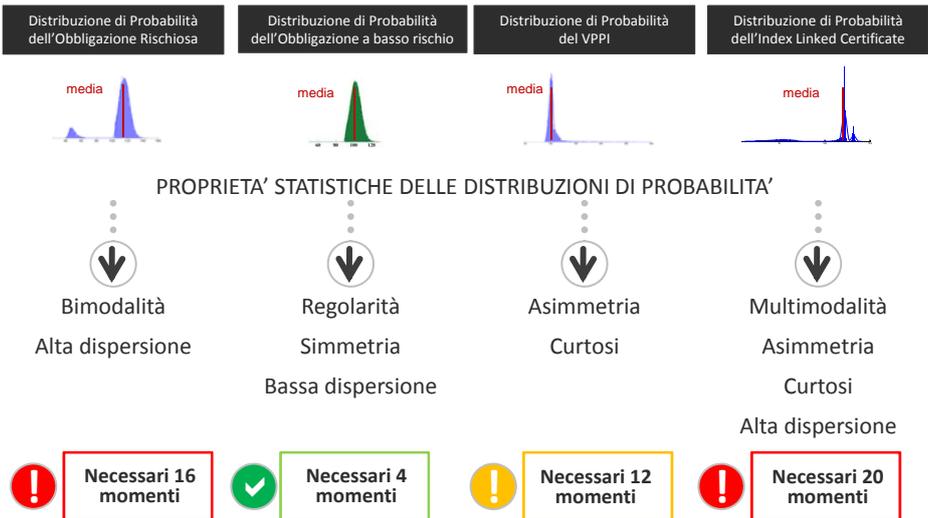
INDEX LINKED  
CERTIFICATE



Almeno 20 momenti sono necessari per ottenere una approssimazione soddisfacente della distribuzione originale. L'informazione contenuta all'interno del primo momento appare molto limitata.

37

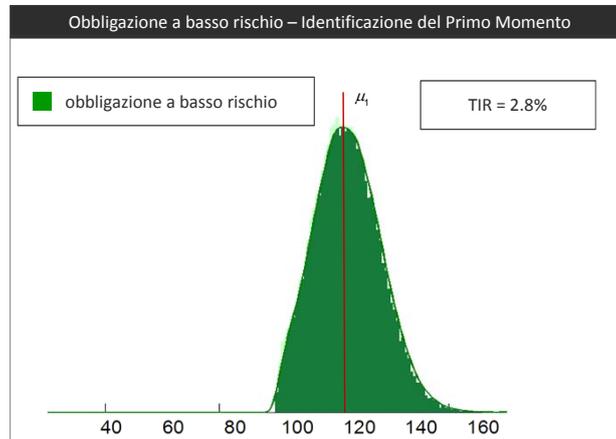
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



Da un punto di vista puramente statistico, una ricostruzione accurata della distribuzione originaria richiede almeno 4 momenti, anche per il caso più regolare

38

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



**TIR** ← ... → Primo Momento della distribuzione di probabilità

39

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**TIR** ← ... → Primo Momento della distribuzione di probabilità



Il TIR (Tasso Interno di Rendimento) è definito come il Tasso di attualizzazione che rende il valore attuale netto di una serie di flussi di cassa pari a zero.

Il calcolo del TIR si basa sull'ipotesi (non priva di critiche) che i flussi di cassa generati dall'investimento vengano reinvestiti al medesimo tasso TIR e non al tasso privo di rischio.

40

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**TIR**  $\leftarrow \dots \rightarrow$  Primo Momento della distribuzione di probabilità



Il TIR (Tasso Interno di Rendimento) è definito come il Tasso di attualizzazione che rende il valore attuale netto di una serie di flussi di cassa pari a zero.

Il calcolo del TIR si basa sull'ipotesi (non priva di critiche) che i flussi di cassa generati dall'investimento vengano reinvestiti al medesimo tasso TIR e non al tasso privo di rischio.

Pertanto, per rendere confrontabile tale quantità con il momento primo della distribuzione di probabilità, è necessario capitalizzare l'investimento iniziale al TIR stesso.

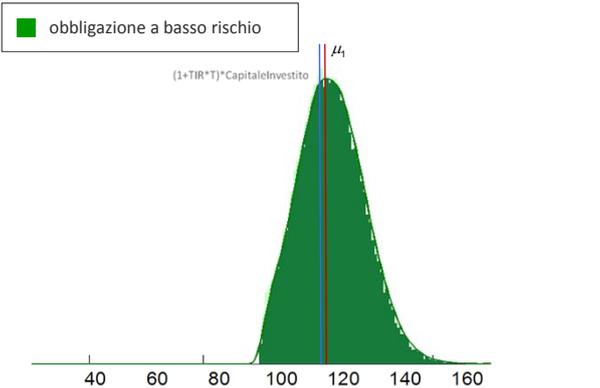


$(1+TIR*T)*CapitaleInvestito$   $\leftarrow \dots \rightarrow$   $\mu_1$

41

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Obbligazione a basso rischio - Primo Momento e Tasso Interno di Rendimento



TIR = 2.8%      $\mu_1 \neq (1+TIR*T)*CapitaleInvestito = 114$

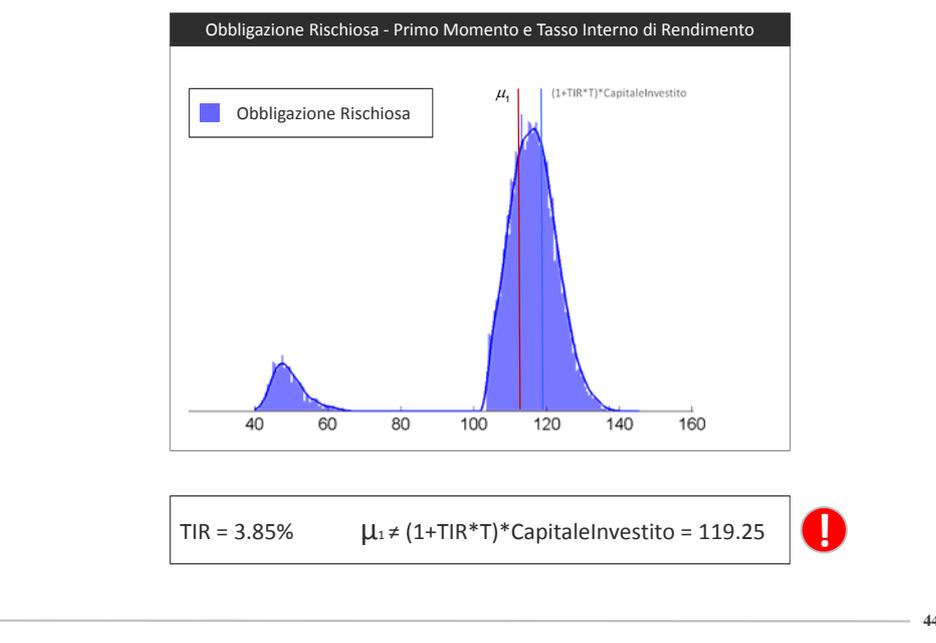


42

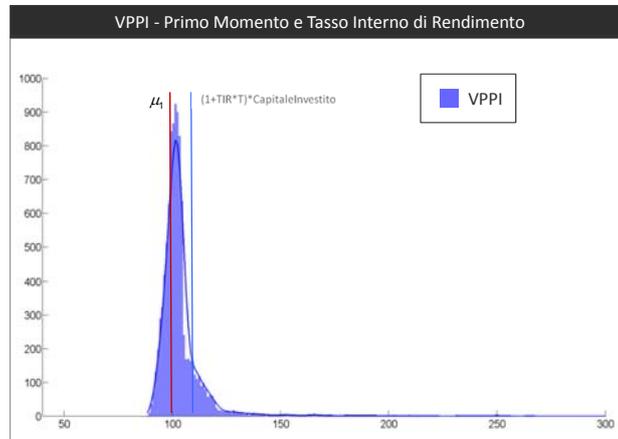
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

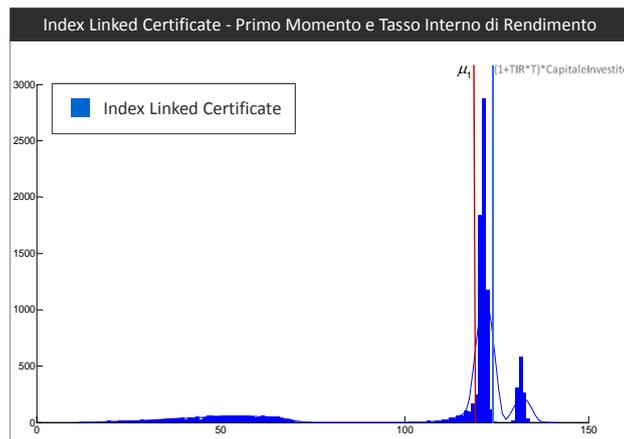


TIR = 2.53%       $\mu_1 \neq (1+TIR^*T)*CapitaleInvestito = 112.65$



45

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

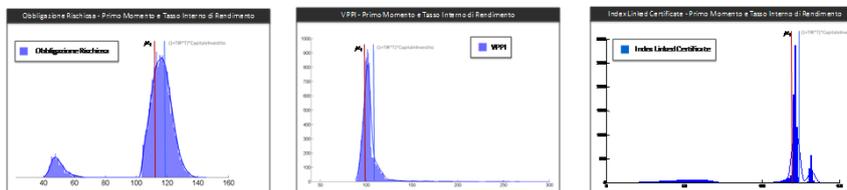


TIR = 5.91%       $\mu_1 \neq (1+TIR^*T)*CapitaleInvestito = 129.55$



46

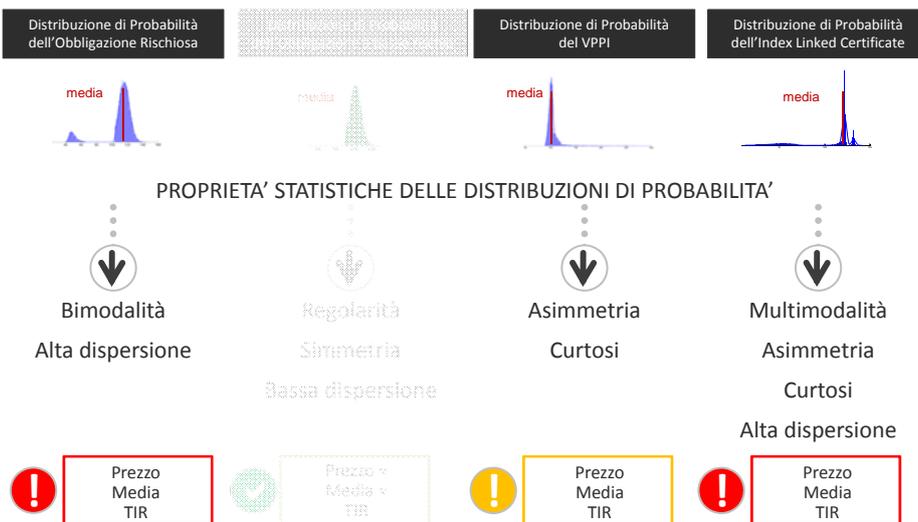
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



Per strutture finanziarie più complesse, la media progressivamente perde la sua connessione con il tasso interno di rendimento, riducendo così la sua utilità informativa.

47

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



Il prezzo e le corrispondenti misure (TIR e media) alla data di scadenza – in presenza di distribuzioni irregolari – devono essere integrati con informazioni aggiuntive connesse con la forma della distribuzione di probabilità

48

Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

 **PRODOTTO COMPLESSO**

L'informativa integrativa deve



Essere semplice  
da capire



Catturare in maniera efficiente  
tutte le principali caratteristiche  
della distribuzione di probabilità  
del prodotto

Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

 **PRODOTTO COMPLESSO**

L'informativa integrativa deve



Essere semplice  
da capire

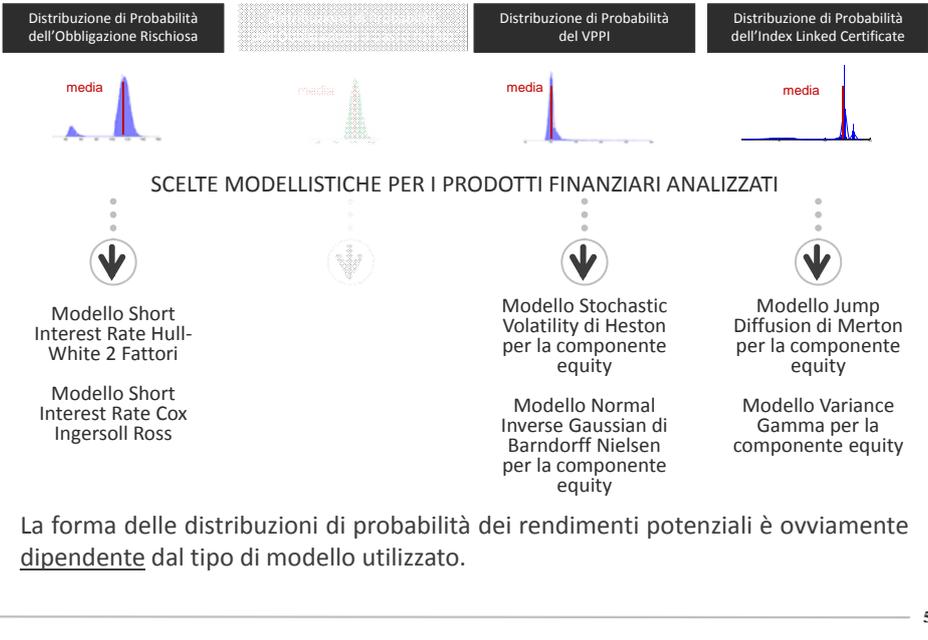


Catturare in maniera efficiente  
tutte le principali caratteristiche  
della distribuzione di probabilità  
del prodotto



**Proposta 1:** Prendere in considerazione l'intera distribuzione di  
probabilità

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita



51

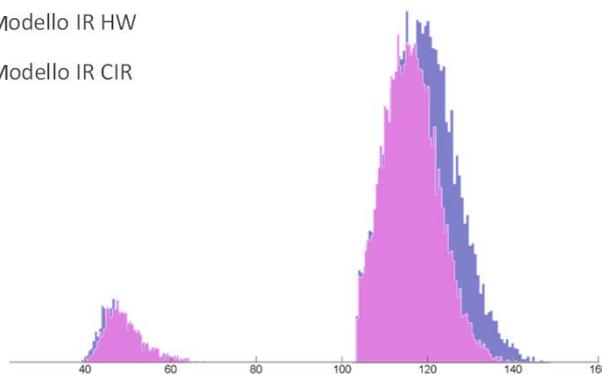
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### OBLIGAZIONE RISCHIOSA



Distribuzione di probabilità dei valori finali dell'obbligazione rischiosa

- Modello IR HW
- Modello IR CIR



52

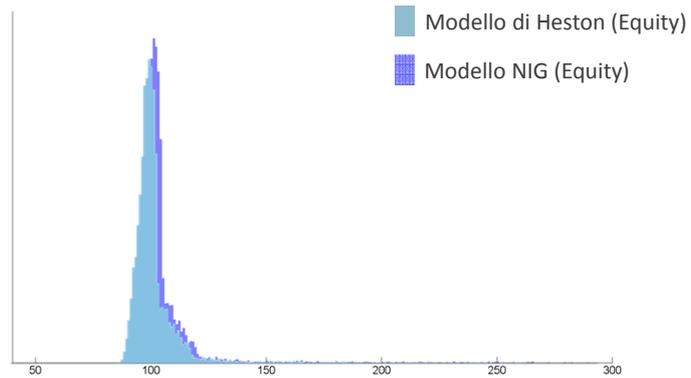
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI

VPPI



Distribuzione di probabilità dei valori finali del VPPI



53

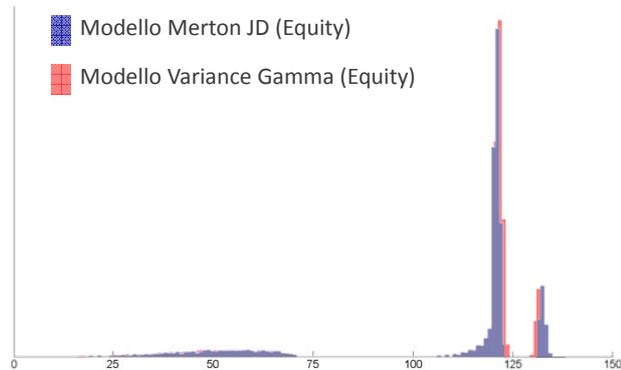
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI

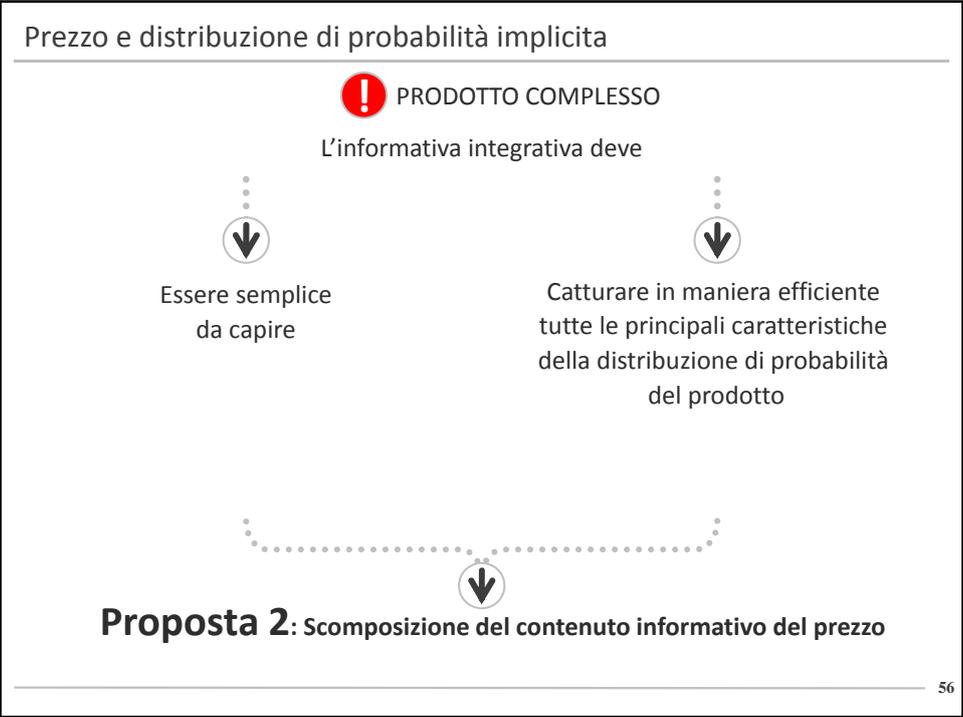
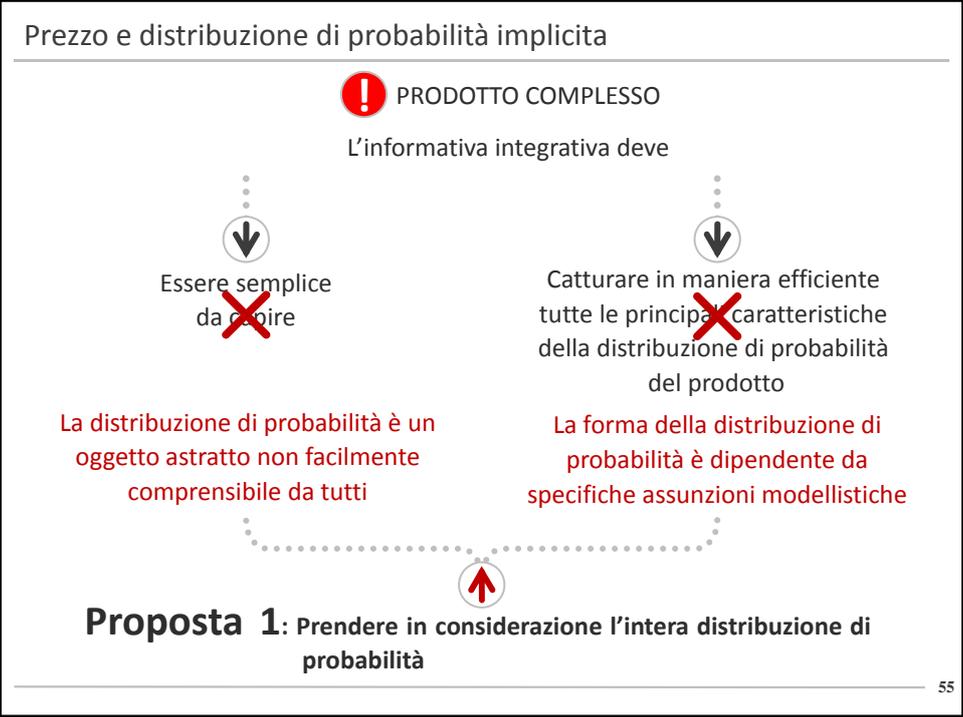
INDEX LINKED  
CERTIFICATE



Distribuzione di probabilità dei valori finali dell'Index Linked Certificate



54



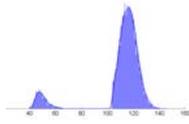
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

PRODOTTO  
COMPLESSO



### Scomposizione del contenuto informativo del prezzo

Distribuzione di Probabilità  
del Prodotto Complesso



... → VALORE ATTESO  
SCONTATO ... →

**Prezzo Fair**  
(Prodotto Complesso)

57

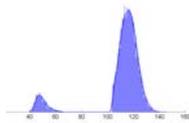
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

PRODOTTO  
COMPLESSO



### Scomposizione del contenuto informativo del prezzo

Distribuzione di Probabilità  
del Prodotto Complesso



... → VALORE ATTESO  
SCONTATO ... →

**Prezzo Fair**  
(Prodotto Complesso)

Si introduce un *float* privo di rischio con lo stesso  
prezzo fair e la stessa struttura di pagamenti del  
prodotto complesso

Distribuzione di Probabilità  
del *float* privo di rischio



... → VALORE ATTESO  
SCONTATO ... →

**Prezzo Fair**  
(*Float*  
privo di rischio)

=

58

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

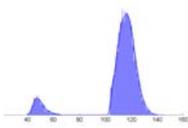
### PRODOTTO COMPLESSO



### Scomposizione del contenuto informativo del prezzo

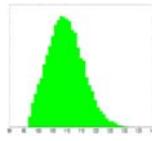
Qualsiasi prodotto complesso può essere replicato utilizzando un portafoglio composto dal corrispondente *floater* privo di rischio e da uno swap a valore nullo che trasforma la struttura di flussi di cassa dell'attività priva di rischio nella struttura di flussi del prodotto

Distribuzione di Probabilità del Prodotto Complesso



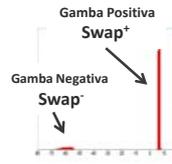
Prezzo Fair  
(Prodotto Complesso)

Distribuzione di Probabilità del *floater* privo di rischio



Prezzo Fair  
(Floater privo di rischio)

Swap tra il prodotto ed un *floater* privo di rischio



Prezzo Fair  
(Swap = 0)

59

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

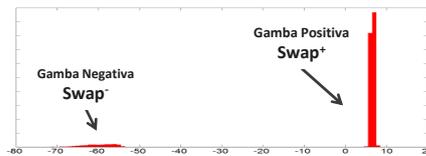
### PRODOTTO COMPLESSO



### Scomposizione del contenuto informativo del prezzo

Swap tra il prodotto ed un *floater* privo di rischio

Prezzo Fair  
(Swap = 0)



$$|FV(\text{Swap}^-)| = |FV(\text{Swap}^+)|$$



Valore Teorico della componente rischiosa

60

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

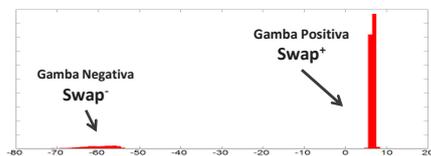
PRODOTTO COMPLESSO



### Scomposizione del contenuto informativo del prezzo

Swap tra  
Il prodotto ed un *float*er privo di rischio

Prezzo Fair  
(Swap = 0)



$$|FV(\text{Swap}^-)| = |FV(\text{Swap}^+)|$$



Valore Teorico della componente rischiosa



C	Fair value
B	Valore Teorico della componente rischiosa
A=C-B	Valore Teorico della componente priva di rischio

61

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### Tabella dell'Investimento Finanziario (Scomposizione del Prezzo)

OBBLIGAZIONE RISCHIOSA



A	Valore Teorico della componente priva di rischio	91.3
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	5
C = A + B	Prezzo Fair	96.3
D	Costi	3.7
E = C + D	Prezzo di emissione	100

VPPI



A	Valore Teorico della componente priva di rischio	90.1
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	6.4
C = A + B	Prezzo Fair	96.5
D	Costi	3.5
E = C + D	Prezzo di emissione	100

INDEX LINKED CERTIFICATE



A	Valore Teorico della componente priva di rischio	86.2
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	9.9
C = A + B	Prezzo Fair	96.1
D	Costi	3.9
E = C + D	Prezzo di emissione	100

62

Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**! PRODOTTO COMPLESSO**  
L'informativa integrativa deve

↓

Essere semplice da capire

✓

La rappresentazione della scomposizione attraverso una tabella è uno strumento base ma utile ai fini della valutazione dell'impatto dei costi e dei rischi del prodotto

↓

Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto

✗

La scomposizione sfrutta soltanto l'informazione contenuta nel primo momento della distribuzione di probabilità

↑

**Proposta 2: Scomposizione del contenuto informativo del prezzo**

63

Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**! PRODOTTO COMPLESSO**  
L'informativa integrativa deve

↓

Essere semplice da capire

↓

Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto

↓

**Proposta 3: Operare una riduzione in granularità attraverso una partizione della distribuzione di probabilità**

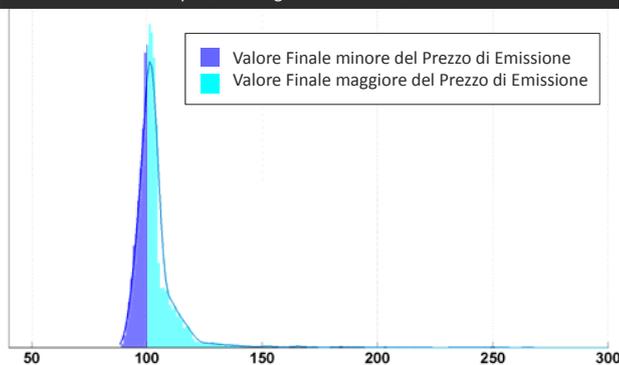
64

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

PRODOTTO COMPLESSO



Partizione della distribuzione di probabilità del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo



La determinazione della probabilità di recuperare almeno l'ammontare investito è di grande significatività.

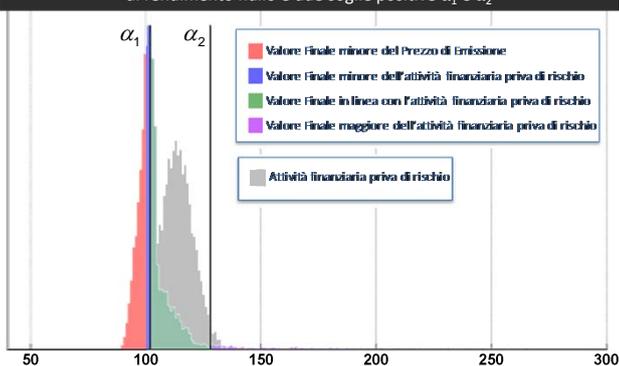
65

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

PRODOTTO COMPLESSO



Partizione della densità risk-neutral del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$



E' opportuno esplorare ulteriori partizioni del macro-evento "il valore finale dell'investimento è maggiore del prezzo di emissione" effettuando una comparazione diretta con i possibili valori finali dell'attività priva di rischio.

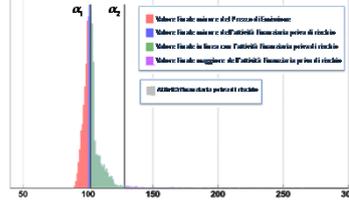
66

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### PRODOTTO COMPLESSO



Partizione della densità risk-neutra al del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



### Tabella degli scenari probabilistici di rendimento

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	...	...
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	...	...
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	...	...
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	...	...

### VALORI MEDI



$$E^P(S_T | S_T < 100) = \frac{1}{P(S_T < 100)} \int_{-\infty}^{100} x f_{S_T}(x) dx$$

$$E^P(S_T | 100 \leq S_T < \alpha_1) = \frac{1}{P(100 \leq S_T < \alpha_1)} \int_{100}^{\alpha_1} x f_{S_T}(x) dx$$

$$E^P(S_T | \alpha_1 \leq S_T < \alpha_2) = \frac{1}{P(\alpha_1 \leq S_T < \alpha_2)} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x f_{S_T}(x) dx$$



$$E^P(S_T | S_T \geq \alpha_2) = \frac{1}{P(S_T \geq \alpha_2)} \int_{\alpha_2}^{+\infty} x f_{S_T}(x) dx$$

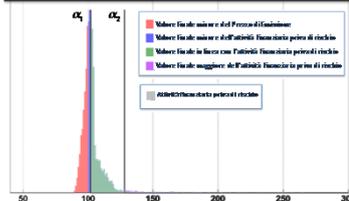
67

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### PRODOTTO COMPLESSO



Partizione della densità risk-neutra al del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



Benefici di questa soluzione:

1. La riduzione in granularità degli eventi determinata dalla partizione comporta solo una perdita di informazione molto limitata e la tabella, costruita accoppiando ogni scenario con la sua probabilità neutrale al rischio e il valore medio associato, risulta molto semplice da leggere;

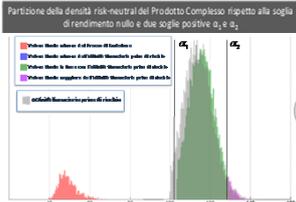
68

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**OBBLIGAZIONE  
RISCHIOSA**



Partizione della densità risk-neutral del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



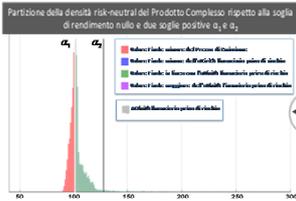
**Tabella degli scenari probabilistici di rendimento**

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	9.5%	49.3%
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	87.4%	115.6
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	3.1%	131.1

**VPPi**



Partizione della densità risk-neutral del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



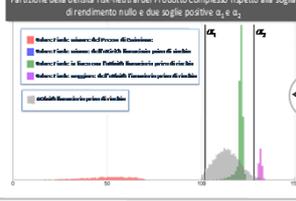
**Tabella degli scenari probabilistici di rendimento**

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	36.9%	96.9
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	18.5%	101
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	39.9%	107.1
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	4.7%	195.5

**INDEX LINKED  
CERTIFICATE**



Partizione della densità risk-neutral del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



**Tabella degli scenari probabilistici di rendimento**

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	18.9	49.1
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	68.9%	120.9
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	12.2%	131.6

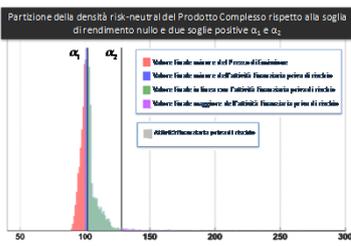
69

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**PRODOTTO  
COMPLESSO**



Partizione della densità risk-neutral del Prodotto Complesso rispetto alla soglia di rendimento nullo e due soglie positive  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



**Benefici di questa soluzione:**

1. La riduzione in granularità degli eventi determinata dalla partizione comporta solo una perdita di informazione molto limitata e la tabella, costruita accoppiando ogni scenario con la sua probabilità neutrale al rischio e il valore medio associato, risulta molto semplice da leggere;
2. Il rischio modello che emerge dall'adozione da parte dell'emittente di differenti modelli proprietari ha un impatto limitato.

70

35

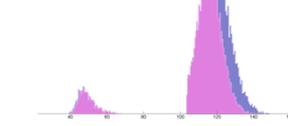
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### OBBLIGAZIONE RISCHIOSA



### SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI

Distribuzione di probabilità dei valori finali dell'obbligazione rischiosa



Differenze minori del 2%

#### MODELLO IR HW

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <i>negativa</i>	9.5%	49.3%
La performance è <i>positiva ma inferiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <i>positiva e in linea</i> con l'attività priva di rischio	87.4%	115.6
La performance è <i>positiva e superiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	3.1%	131.1

#### MODELLO IR CIR

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <i>negativa</i>	8.3%	49.9
La performance è <i>positiva ma inferiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <i>positiva e in linea</i> con l'attività priva di rischio	86.8%	117.9
La performance è <i>positiva e superiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	4.9%	135.4

71

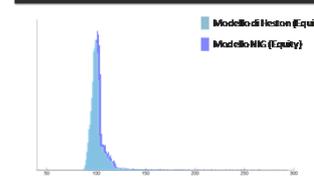
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

### VPPI



### SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI

Distribuzione di probabilità dei valori finali dei VPPI



Differenze minori del 2%

#### MODELLO DI HESTON

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <i>negativa</i>	38.9%	95.5
La performance è <i>positiva ma inferiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	18.9%	100.2
La performance è <i>positiva e in linea</i> con l'attività priva di rischio	38.4%	106.3
La performance è <i>positiva e superiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	3.8%	182.5

#### MODELLO NIG

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <i>negativa</i>	36.9%	96.9
La performance è <i>positiva ma inferiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	18.5%	101
La performance è <i>positiva e in linea</i> con l'attività priva di rischio	39.9%	107.1
La performance è <i>positiva e superiore</i> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	4.7%	195.5

72

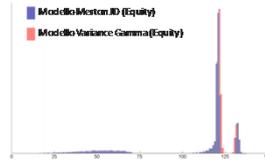
## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

INDEX LINKED  
CERTIFICATE

SCELTE MODELLISTICHE PER I PRODOTTI FINANZIARI ANALIZZATI



Distribuzione di probabilità dei valori finali dell'Index Linked Certificate



Differenze minori del 4%

### MODELLO JD DI MERTON

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	18.9%	48.2
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	65,8	117,6
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	15.3%	132.7

### MODELLO VARIANCE GAMMA

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	18.9%	49.1
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	68.9%	120.9
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	12.2%	131.6

73

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**!** PRODOTTO COMPLESSO

L'informativa integrativa deve



Essere semplice da capire

La partizione deve essere modulata scegliendo eventi che hanno un chiaro significato finanziario



Catturare in maniera efficiente tutte le principali caratteristiche della distribuzione di probabilità del prodotto

La riduzione in granularità mitiga in maniera significativa il rischio-modello

**Proposta 3:** Operare una riduzione in granularità attraverso una partizione della distribuzione di probabilità

74

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Esiste una relazione univoca tra i due set di informazioni: fair price e rendimenti potenziali

**PRODOTTO COMPLESSO**

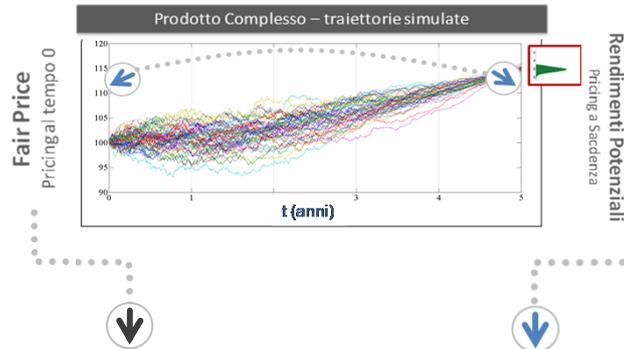


Tabella dell'Investimento Finanziario (Scomposizione del Prezzo)		Tabella degli scenari probabilistici di rendimento		
A	Valore Teorico della componente priva di rischio	SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	La performance è negativa	---	---
C = A + B	Prezzo Fair	La performance è positiva ma inferiore rispetto a quella dell'attività priva di rischio	---	---
D	Costi	La performance è positiva e in linea con l'attività priva di rischio	---	---
E = C + D	Prezzo di emissione	La performance è positiva e superiore rispetto a quella dell'attività priva di rischio	---	---

75

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Scenari Probabilistici di rendimento vs *What-if*

76

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Scenari  
Probabilistici  
di rendimento

vs

*What-if*

### ESEMPIO DI PRODOTTO STRUTTURATO

**Durata:** 7 anni

**Parametro indicizzazione rendimenti:** Dow Jones Eurostoxx.

**Pay-off:**

Distribuzione di cedole annuali pari al 3% del valore inizialmente investito, ma:

- se in un qualsiasi momento della vita del prodotto il Dow Jones Eurostoxx scende al di sotto del 50% del suo valore iniziale:
  - la distribuzione delle cedole viene interrotta;
  - alla scadenza del 7° anno il prodotto rimborserà il valore iniziale dell'investimento incrementato o ridotto della *performance* del Dow Jones Eurostoxx;
- se il Dow Jones Eurostoxx non scende mai al di sotto del 50% del suo valore iniziale alla scadenza del 7° anno il prodotto restituirà:
  - il valore iniziale dell'investimento;
  - inoltre, se alla data di scadenza il Dow Jones Eurostoxx è maggiore o uguale al doppio del suo valore iniziale, il prodotto pagherà una cedola extra pari al valore iniziale dell'investimento.

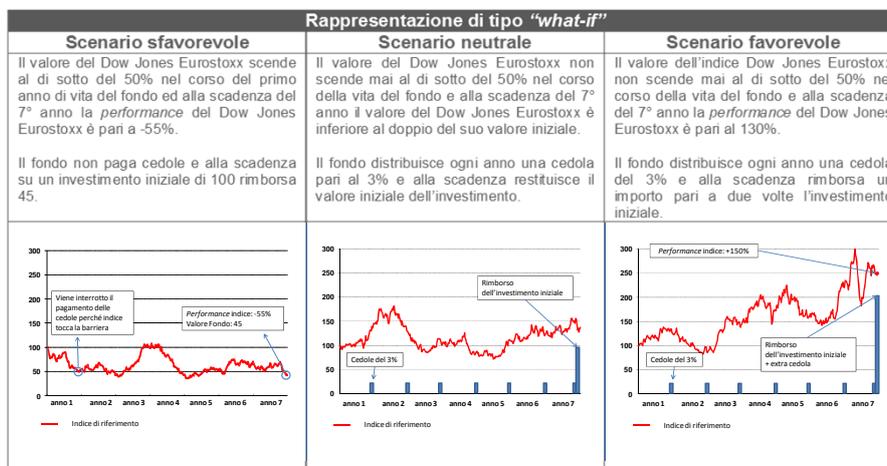
77

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

Scenari  
Probabilistici  
di rendimento

vs

*What-if*



78

## Prezzo e distribuzione di probabilità implicita

**Scenari  
Probabilistici  
di rendimento**

vs

*What-if*

Rappresentazione mediante tabella degli scenari probabilistici di rendimento al 7° anno			
Scenario	Probabilità	Valore medio	Tasso di rendimento annuo
Il rendimento è <u>negativo</u>	38.71%	55.52	-8.06%
Il rendimento è <u>positivo ma inferiore</u> a quello dell'attività finanziaria priva di rischio	8.45%	110.58	1.45%
Il rendimento è <u>positivo e in linea</u> con quello dell'attività finanziaria priva di rischio	36.09%	123.13	3.02%
Il rendimento è <u>positivo e superiore</u> a quello dell'attività finanziaria priva di rischio	16.75%	223.27	12.16%

79

## Esempio 1

### Obbligazione Rischiosa

DESCRIZIONE: Obbligazione Senior bond con scadenza a 5 anni, che paga una cedola semestrale crescente a partire dal 4.7% fino al 5.30%.

**Tabella dell'Investimento Finanziario  
(Scomposizione del Prezzo)**

A	Valore Teorico della componente priva di rischio	91.3
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	5
C = A + B	Prezzo Fair	96.3
D	Costi	3.7
E = C + D	Prezzo di emissione	100

1° PILASTRO

**Tabella degli scenari probabilistici di rendimento**

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	9.5%	49.3%
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	87.4%	115.6
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	3.1%	131.1

2° PILASTRO: Grado di Rischio: Medio-Alto

3° PILASTRO: Orizzonte Temporale d'Investimento: 5 anni

80

## Esempio 2



### PRODOTTO VPPI

DESCRIZIONE La tecnica VPPI mira a proteggere il valore iniziale dell'investimento finanziario su uno specifico orizzonte temporale ed ottenere altresì un possibile guadagno attraverso un'esposizione limitata ai mercati azionari.

#### Tabella dell'Investimento Finanziario (Scomposizione del Prezzo)

A	Valore Teorico della componente priva di rischio	90.1
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	6.4
C = A + B	<i>Prezzo Fair</i>	96.5
D	Costi	3.5
E = C + D	Prezzo di emissione	100

#### Tabella degli scenari probabilistici di rendimento

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	36.9%	96.9
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	18.5%	101
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	39.9%	107.1
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	4.7%	195.5

1° PILASTRO

2° PILASTRO Grado di Rischio: Medio

3° PILASTRO Orizzonte Temporale d'Investimento: 5 anni

81

## Esempio 3



### INDEX LINKED CERTIFICATE

DESCRIZIONE Un index-linked certificate è un contratto caratterizzato da una complessa ingegneria finanziaria che fa un utilizzo intensivo di diverse componenti derivative. Questi derivati ancorano le performance del prodotto alla variabilità di un indice azionario.

#### Tabella dell'Investimento Finanziario (Scomposizione del Prezzo)

A	Valore Teorico della componente priva di rischio	86.2
B	Valore Teorico della componente Rischiosa	9.9
C = A + B	<i>Prezzo Fair</i>	96.1
D	Costi	3.9
E = C + D	Prezzo di emissione	100

#### Tabella degli scenari probabilistici di rendimento

SCENARI	PROBABILITÀ	VALORI MEDI
La performance è <u>negativa</u>	18.9	49.1
La performance è <u>positiva ma inferiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	-	-
La performance è <u>positiva e in linea</u> con l'attività priva di rischio	68.9%	120.9
La performance è <u>positiva e superiore</u> rispetto a quella dell'attività priva di rischio	12.2%	131.6

1° PILASTRO

2° PILASTRO Grado di Rischio: Alto

3° PILASTRO Orizzonte Temporale d'Investimento: 5 anni

82

## Testimonials

*"This book fills the gap that exists between the risk management tools available to industry insiders, and those available to investors. It is a welcome contribution that will be helpful to anyone who needs to assess the risk of non-equity products."*

**Jaksa Cvitanic, Professor of Mathematical Finance, Caltech**

*"Rigor and clarity characterize this methodology to assess the risk of every non-equity product. Well established stochastic techniques are applied in an original way to convey the key information on the time horizon, the degree of risk, the costs and potential returns of the investment and therefore to match the investor's preferences in terms of liquidity attitude, risk taking, desired returns and acceptable losses."*

**Prof. Svetlozar Rachev, Department of Statistics and Applied Probability, University of California at Santa Barbara**

*"I warmly welcome the publication of this book which describes a probabilistic framework for risk evaluation. The specific aim is that of providing financial institutions and regulators with tools and techniques for an objective and clear representation of key investor information. This shall help in orientating buyers through the difficult path of non-equity products selection."*

**Prof. Francesco Corielli, Department of Finance, Bocconi University**

*"This book constitutes an excellent collection of quantitative methods to the measurement and representation of the risks of non-equity products that comes from a simple but also winning intuition: the information needs of retail investors are not really different from those of financial institutions since they both want the upside gain by trying to contain the downside risk."*

**Prof. Hélyette Geman, School of Business, Economics and Informatics, Birkbeck, University of London**

*"This important book establishes a benchmark for a future financial regulation based on quantitative techniques. At the same time it casts a serious challenge to the financial industry on the need of quantitative disclosure, that will be the future of the financial system worldwide. Hope the challenge will be accepted."*

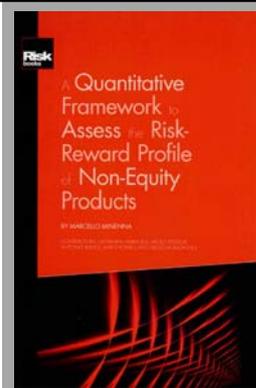
**Prof. Umberto Cherubini, Department of Mathematical Economics, University of Bologna**

*"This book contains a valid quantitative methodology to shed light on the risks embedded in any non-equity product. By answering the key questions of any investor about the potential performances, the risk rating and the optimal holding time of the product, the three "pillars" of the book are the best candidates to definitely remove the informative lack that worldwide regulators have recognized in the existing rules on risks disclosure. The adoption of these "pillars" would be the ideal completion of the regulatory reform undertaken by the European Authorities regarding the revision of the information contents for Packaged Retail Investment Products. Should the quantitative framework set forth in this work become the reference to update the regulatory framework on transparency, an authentic reversal of the traditional approaches to risks transparency would be realized with effective benefits for investors' comprehension and for allowing them to pick the product that best fits their needs."*

**Prof. Riccardo Cesari, Professor of Mathematical Methods for Economic and Financial Sciences, University of Bologna**

*"This innovative book sheds a light on the dark path of the financial risks intrinsic to non-equity financial products, which are often underestimated, or even poorly understood, by investors seeking higher returns. Mathematical finance techniques are here applied in an original and unconventional manner for the purpose of effectively disclosing these risks and properly assessing their impact on investments' returns."*

**Fabio Mercurio, Head of Quant Business Managers at Bloomberg LP and adjunct professor at NYU**



<http://riskbooks.com/>



## Misure di probabilità e valore di un prodotto finanziario

Marcello Minenna  
Università Bocconi

Le opinioni espresse in questo lavoro sono attribuibili soltanto all'autore.