

# Metodi stocastici per l'individuazione di casi di Manipolazione e di insider trading

Marcello Minenna presenta un modello probabilistico per l'individuazione di possibili fenomeni di manipolazione e di insider trading. Questo modello esamina i dati sulle negoziazioni avvenute sul mercato azionario attraverso quattro allertatori individuando così possibili anomalie su base giornaliera e per ogni titolo.

## Premessa

La presenza sui mercati azionari di fenomeni di abuso di mercato – nella forma di insider trading ovvero di manipolazione – rappresenta una patologia che nel tempo può determinare una perdita di credibilità per il sistema finanziario. L'enforcement di questi fenomeni da parte di un'Autorità di Vigilanza richiede come prima cosa lo sviluppo di metodi efficaci ed oggettivi per la loro identificazione.

Una procedura di individuazione degli abusi di mercato, c.d. Market Abuse Detection (M.A.D.), individua, su base giornaliera, quei titoli quotati per i quali si stanno verificando anomalie – in termini di transazioni – che potrebbero nascondere condotte illecite riconducibili all'aggiotaggio o all'insider trading. Queste anomalie chiamate stock failure diventano pertanto il punto di partenza per le ulteriori analisi esperite dalle Autorità di Vigilanza – tramite l'utilizzo dei poteri ad essa conferiti dalle leggi di settore – che possono condurre all'apertura di una istruttoria per un'ipotesi di abuso di mercato. Ancorché una stock failure risulti quindi una condizione necessaria e non sufficiente per ipotizzare un abuso di mercato, la sua individuazione rimane per costruzione logica l'unico possibile obiettivo di una procedura di M.A.D..

Nello specifico la procedura identifica la potenziale presenza di fenomeni di abuso di mercato attraverso l'esame dell'andamento nel tempo di variabili finanziarie che rappresentano i flussi informativi elementari delle negoziazioni dei titoli sui mercati disponibili presso un'Autorità di Vigilanza. L'esame del comportamento delle variabili finanziarie richiede evidentemente la definizione di un modello di riferimento per ognuna di esse. Questi modelli sono stati sviluppati secondo una soluzione originale basata sull'utilizzo di vari risultati della teoria del limite stocastico invece dei tradizionali metodi econometrici.

Il nuovo approccio teorico sviluppato identifica per ogni variabile finanziaria delle soglie adattive dinamiche, il cui superamento diventa un segnale di un andamento anomalo della variabile esaminata (c.d. alert). La variabile finanziaria e il relativo modello di riferimento diventano quindi per la procedura un 'allertatore' di potenziali anomalie dei titoli.

Individuati gli allertatori, la calibrazione di una procedura di M.A.D. consiste nella validazione dei modelli di riferimento degli stessi, vale a dire nella loro specificazione parametrica e nell'individuazione di un algoritmo che consenta un'interpretazione congiunta dei diversi alert. I segnali generati attraverso questo algoritmo rappresentano così i potenziali fenomeni di abuso di mercato (c.d. warning) che saranno analizzati dall'Autorità.

## Gli allertatori

L'esame della letteratura e dell'esperienza di vigilanza [Minenna, 2003 (a)] hanno evidenziato le seguenti indicazioni su come i prezzi

di negoziazione, le quantità negoziate e la denominazione degli intermediari, che hanno eseguito la transazione (i.e. i flussi informativi elementari delle negoziazioni dei titoli sui mercati finanziari disponibili presso un'Autorità di Vigilanza) debbano essere analizzati per costruire delle variabili finanziarie il cui andamento nel tempo possa essere segnaletico di fenomeni di abuso di mercato vale a dire di warning:

- i prezzi di negoziazione si analizzano in termini di rendimenti, attraverso lo studio della dinamica del logaritmo del prezzo;
- i rendimenti dei titoli, generalmente, subiscono delle brusche variazioni (ad esempio nel momento in cui viene data disclosure di un'informazione privilegiata), ovvero seguono degli andamenti non riconducibili ad una dinamica di tipo mean-reverting (ad esempio in presenza di fenomeni manipolativi);
- la presenza di abnormal return viene individuata tramite una stima dei rendimenti che può essere condotta attraverso l'utilizzo di processi diffusivi;
- modelli autoregressivi riescono a catturare nel discreto sia la componente di mean-reversion sia di momentum-effect dei rendimenti;
- le quantità negoziate dai singoli agenti vengono esaminate in termini di volumi di negoziazione giornalieri secondo uno schema di autocorrelazione;
- la denominazione degli intermediari-negoziatori è analizzata in relazione alle quantità negoziate dagli stessi in una giornata, studiando sia la profondità del mercato, sia la presenza di operatori dominanti, sia la composizione dei diversi intermediari-negoziatori;
- la composizione del mercato viene valutata attraverso due stadi di approfondimento:
  - il livello di concentrazione degli intermediari, inteso come il numero degli intermediari e la relativa quota-parte dei volumi negoziati (c.d. concentrazione statica);
  - l'evoluzione della concentrazione degli intermediari, ossia l'andamento della quota-parte dei volumi di negoziazione di ciascun intermediario su uno specifico titolo (c.d. concentrazione dinamica).

Sulla base di tali indicazioni sono state, quindi, costruite quattro variabili finanziarie che rappresentano nel tempo l'andamento:

1. dei volumi di negoziazione del titolo;
2. dei rendimenti del titolo;
3. della concentrazione di mercato statica;
4. della concentrazione di mercato dinamica.

La definizione di un allertatore di una procedura di M.A.D. richiede che l'esame di queste variabili avvenga sulla base di un modello di riferimento; questo, opportunamente calibrato, definisce delle soglie dinamiche adattive che individuano gli alert della procedura. In particolare, la costruzione degli allertatori deve garantire alla procedura un'individuazione in tempo reale dei titoli per i quali si è in presenza di potenziali abusi di mercato. La disamina dei diversi casi di abuso di mercato esaminati dalla Consob ha garantito un rilevante supporto nella definizione dei processi diffusivi che descrivono l'andamento nel tempo delle variabili finanziarie e caratterizzano, quindi, i modelli di riferimento. Si espongono di seguito le modalità di costruzione e di funzionamento degli allertatori riferiti alle quattro variabili finanziarie in esame, riferendosi ai flussi informativi elementari delle negoziazioni di un qualsiasi titolo quotato sul mercato azionario. A tal fine si denotano con  $P_t$  e  $Q_t$  rispettivamente il prezzo ufficiale e il volume di negoziazione osservati sui mercati finanziari per un generico titolo nel giorno  $t$ .

#### □ L'analisi dei volumi di negoziazione

Si assume che l'andamento dei volumi sia governato nel discreto dal seguente processo autoregressivo, che per costruzione segue uno schema di autocorrelazione:

$$Q_k - Q_{k-1} = -\gamma Q_{k-1} + \hat{\sigma} Z_k \quad (1)$$

dove  $Z_1, \dots, Z_k$  è una sequenza di variabili aleatorie indipendenti distribuite come una Normale standard e  $k$  è l'indicatore del tempo discreto. Le proprietà del modello di riferimento (1) non consentono di effettuare una previsione sull'andamento dei volumi, utilizzando un numero di osservazioni giornaliere che si riferiscono ad un orizzonte temporale mensile o inferiore, a meno di non perdere di significatività statistica nell'analisi o di incorrere in numerose complicazioni procedurali. Al fine di costruire un allertatore rispondente agli obiettivi della procedura, l'attenzione è focalizzata sulle caratteristiche distributive della corrispondente versione nel tempo continuo della (1) i.e. dalla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dQ_t = -\theta Q_t dt + \sigma dW_t \quad (2)$$

dove  $\theta$  e  $\sigma$  sono funzioni deterministiche del tempo  $W_t$  è un moto Browniano standard uni-dimensionale. Questo risultato emerge dall'applicazione di un teorema di convergenza descritto in [Minenna, 2003 (a), Ethier e Kurtz, 1986, Stroock e Varadhan, 1979]<sup>1</sup>.

Il vantaggio dell'approccio in tempo continuo è rappresentato dalla circostanza che, facendo riferimento ad una equazione differenziale stocastica, qualora questa presenti una soluzione integrata, ovvero qualora si conoscano le proprietà distributive della soluzione, è possibile costruire un intervallo di confidenza di tipo predittivo per la variabile descritta dal processo diffusivo [Stroock e Varadhan, 1979, Minenna, 2003 (a)]. Questo intervallo definisce nel tempo, per i volumi di negoziazione, le soglie dinamiche che identificano gli alert della procedura di M.A.D.. La logica sottesa all'indicatore che si intende costruire è mutuata da quella, utilizzata da Minenna, per inferire l'andamento del rendimento di un titolo in chiave predittiva ed identificare la presenza di abnormal return [Minenna, 2002].

La (2) è la versione nel tempo continuo della (1). Questa equazione differenziale stocastica è nota in letteratura come processo diffusivo Ornstein-Uhlenbeck aritmetico, il quale è caratterizzato dalle seguenti proprietà distributive con riferimento a qualsiasi condizione iniziale

costante individuata al tempo  $s$ , con  $s < t$ , pari a  $Q_s$  [Arnold, 1974, Minenna, 2003 (a)]:

$$Q_t \sim N \left( Q_s e^{-\theta(t-s)}, \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta(t-s)})} \right) \quad (3)$$

La relazione tra la (1) e la (2) e le proprietà distributive di quest'ultima equazione differenziale stocastica (3) definiscono il modello di riferimento da utilizzare per l'esame della serie storica dei volumi e, quindi, connotano univocamente l'allertatore riferito a questa variabile finanziaria.

#### □ L'analisi dei rendimenti

Il seguente modello descrive opportunamente l'andamento di questa variabile in tempo discreto:

$$R_k - R_{k-1} = \gamma (\eta - R_{k-1}) + \hat{\sigma} Z_k \quad (4)$$

Si riscala temporalmente, come nella sezione 2.1, il processo discreto di Markov  $\{R_k\}_{k \geq 0}$  e si dimostra che la (4) converge debolmente al processo diffusivo  $\{R_t\}$  caratterizzato dalla seguente equazione differenziale stocastica:

$$dR_t = q(\mu - R_t) dt + \sigma dW_t \quad (5)$$

dove  $q$  e  $\mu$  sono funzioni deterministiche del tempo e  $W_t$  è un moto Browniano standard uni-dimensionale. La (5) è la versione in tempo continuo della (4). Anche quest'ultima equazione differenziale stocastica è un processo diffusivo Ornstein-Uhlenbeck aritmetico, il quale è caratterizzato dalla seguente proprietà distributiva con riferimento a qualsiasi condizione iniziale costante individuata al tempo  $s$ , con  $s < t$ , pari a  $R_s$ :

$$R_t \sim N \left( (R_s - \mu) e^{-q(t-s)} + \mu; \sqrt{\frac{\sigma^2}{2q} (1 - e^{-2q(t-s)})} \right) \quad (6)$$

#### □ L'analisi della concentrazione di mercato statica

È stata esaminata la composizione degli intermediari-negoziatori presenti sul mercato. Una prima analisi in tal senso è offerta dall'esame della c.d. concentrazione statica, vale a dire del livello di concentrazione degli intermediari, inteso come il numero degli intermediari e la relativa quota-parte dei volumi negoziati. Il primo passaggio per la costruzione di un allertatore su questa grandezza consiste nell'identificazione della relativa variabile finanziaria. La scelta tra i vari indici proposti in letteratura sulla concentrazione di mercato, supportata dall'esperienza della Consob, è stata orientata verso un indice di entropia, i.e.:

$$\Theta_t = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} \left( \frac{Q_t(i)}{\mu_t} \right)^\alpha \quad (7)$$

dove

$n_t$  è il numero di operatori presenti sul mercato al tempo  $t$   
 $Q_t(i)$ ,  $i = 1, \dots, n_t$  sono le quantità negoziate dall' $i$ -esimo intermediario al tempo  $t$

$$\mu_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} Q_t(i)}{n_t}$$

<sup>1</sup> In particolare, per l'applicazione di questo teorema nella dimostrazione della convergenza debole dalla (1) alla (2) vedi anche [Minenna, 2003 (a), Nelson, 1990, Duan, 1997].

Il modello di riferimento, che connota l'allertatore, si basa su un'equazione differenziale stocastica, i.e.:

$$d\Theta_t = -\zeta\Theta_t dt + \sigma dW_t \quad (8)$$

che è stata derivata analogamente a quanto fatto con riferimento ai volumi di negoziazione, attraverso il passaggio in tempo continuo del corrispondente processo discreto (vedi par. 2.1), i.e.:

$$\Theta_k - \Theta_{k-1} = -\xi\Theta_{k-1} + \hat{\sigma}Z_k \quad (9)$$

Questo modello è caratterizzato dalla seguente proprietà distributiva con riferimento a qualsiasi condizione iniziale costante individuata al tempo  $s$ , con  $s < t$ , pari a  $\Theta_s$ :

$$\Theta_t \sim N\left(\Theta_s e^{-\zeta(t-s)}, \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\zeta}(1 - e^{-2\zeta(t-s)})}\right) \quad (10)$$

Il motivo di tale scelta è che in condizioni di normale andamento delle negoziazioni, vale a dire in assenza di stock failure che potrebbero essere segnalate da potenziali fenomeni di abuso di mercato, l'indice su orizzonti temporali brevi dovrebbe presentare un andamento autoregressivo nel discreto e mean-reverting nel continuo. L'esame della variabile finanziaria  $\Theta_t$  è stato condotto con riferimento alle quantità acquistate, alle quantità vendute ed alla c.d. operatività lorda, vale a dire la somma degli acquisti e delle vendite, dei diversi intermediari negoziatori. Questa scelta è legata alla necessità di cogliere, non solo l'evoluzione della variabile con riferimento all'operatività complessiva del mercato, ma anche le eventuali direzioni che il singolo intermediario e, quindi, anche il mercato intraprende in quanto potrebbero essere indicative di possibili fenomeni di abuso di mercato.

□ **L'analisi della concentrazione dinamica**

L'analisi della composizione di mercato è stata condotta anche avendo a riferimento l'evoluzione della concentrazione degli intermediari, ossia l'andamento della quota-parte dei volumi di negoziazione di ciascun intermediario negoziatore su uno specifico titolo (c.d. concentrazione dinamica).

Questa ulteriore analisi sulla concentrazione è infatti in grado di segnalare eventuali variazioni nel ruolo che uno specifico intermediario negoziatore svolge nella determinazione dei volumi complessivi di negoziazione giornalieri di un titolo.

Il primo passaggio per la costruzione di un allertatore su questa grandezza si basa sull'identificazione della relativa variabile finanziaria. L'esame dei diversi casi di abuso di mercato rilevati dalla Consob - supportato da quanto è evidenziato in letteratura - ha suggerito un indice di dissomiglianza, i.e.:

$$\Psi_t = \sqrt{\frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} \tilde{Q}_t(i)^2} \quad (11)$$

dove

$$\tilde{Q}_t(i) = Q_t(i) - Q_{t-k}(i)$$

$Q_t(i)$ ,  $i = 1, \dots, n_t$  sono le quantità negoziate dall' $i$ -esimo intermediario al tempo  $t$

$\tilde{n}_t$  è il numero di operatori che presenta un valore diverso da zero per la variabile  $\tilde{Q}_t(i)$

Il modello di riferimento, che connota l'allertatore, si basa su un'equazione differenziale stocastica, i.e.:

$$d\Psi_t = -\omega\Psi_t dt + \sigma dW_t \quad (12)$$

che, come per l'analisi della concentrazione statica, è stata ottenuta attraverso il passaggio in tempo continuo del corrispondente processo discreto (vedi sezione 2.3), i.e.:

$$\Psi_k - \Psi_{k-1} = -\nu\Psi_{k-1} + \hat{\sigma}Z_k \quad (13)$$

Questo modello è caratterizzato dalla seguente proprietà distributiva con riferimento a qualsiasi condizione iniziale costante individuata al tempo  $s$ , con  $s < t$ , pari a  $\Psi_s$ :

$$\Psi_t \sim N\left(\Psi_s e^{-\omega(t-s)}, \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\omega}(1 - e^{-2\omega(t-s)})}\right) \quad (14)$$

La variabile  $\Psi_t$  è stata analizzata con riferimento alle quantità acquistate e vendute e delle quantità complessivamente negoziate da ciascun intermediario, inteso come la differenza tra le quantità acquistate e vendute (c.d. operatività netta). Conseguentemente sono stati costruiti tre allertatori identici nella formulazione matematica e riferiti a ciascuna delle tre menzionate grandezze.

La decisione di considerare per tale allertatore l'operatività netta, unitamente alle quantità acquistate e vendute, è collegata alla definizione di questa grandezza valutata in relazione alle caratteristiche della variabile  $\Psi_t$ . Infatti, rappresentando l'operatività netta ad uno specifico tempo  $t$ , la sintesi del comportamento operativo tenuto da un intermediario negoziatore sul mercato, il suo esame attraverso la variabile  $\Psi_t$  - che per costruzione confronta il dato quantitativo relativo all'operatività dei differenti intermediari negoziatori con il corrispondente valore in un periodo precedente - è in grado di identificare i cambiamenti nel comportamento operativo dei differenti intermediari negoziatori.

**La calibrazione della procedura**

La calibrazione di una procedura di M.A.D. consiste nella:

- derivazione degli intervalli di confidenza di tipo predittivo funzionali all'individuazione degli alert delle diverse variabili finanziarie, sulla base delle proprietà del modello di riferimento degli allertatori;
- individuazione dell'orizzonte temporale necessario per la specificazione dei parametri utilizzati negli intervalli di confidenza di tipo predittivo;
- definizione dell'orizzonte previsionale degli allertatori;
- specificazione dell'algoritmo che, interpretando congiuntamente i diversi alert, individua il segnale di un potenziale fenomeno di abuso di mercato che deve essere esaminato da parte delle unità di enforcement (c.d. warning);
- definizione del periodo di validità temporale di un segnale della procedura di M.A.D. (warning), vale a dire per quanti giorni successivi a quello del segnale il titolo deve essere tenuto sotto osservazione dalle unità di enforcement.

L'esperienza di vigilanza e l'osservazione dei fenomeni di insider trading e di aggiogaggio rilevati dalla Consob, attraverso un'applicazione a posteriori della procedura di M.A.D., hanno garantito la verifica empirica

per la sua calibrazione. In particolare, tale osservazione ha fornito le seguenti indicazioni:

- la procedura deve operare su base rolling attraverso un aggiornamento giornaliero dei parametri di stima degli allertatori; ogni giorno deve quindi individuare, per i titoli tenuti sotto il suo monitoraggio, quei fenomeni economico-finanziari riconducibili potenzialmente ad un caso di abuso di mercato;
- la calibrazione deve avvenire utilizzando generalmente una serie di dati giornalieri poco profonda (pari o inferiore a un mese di negoziazione); l'instabilità del modello che ne deriva, consente, infatti, di cogliere i cambiamenti nelle prospettive di investimento dei diversi agenti che operano sul mercato;
- la capacità predittiva deve essere pari a un giorno di negoziazione; il continuo aggiornamento delle previsioni consente al modello di identificare puntualmente i casi meritevoli di approfondimenti da parte delle unità di enforcement.

La letteratura sui mercati finanziari e l'esperienza di vigilanza, corroborata dalla menzionata verifica empirica, hanno fornito indicazioni su come costruire l'algoritmo per l'interpretazione congiunta degli alert prodotti dai diversi allertatori. In particolare, è emersa l'opportunità di esaminare congiuntamente i dati sui volumi di negoziazione, sull'andamento dei rendimenti e sull'evoluzione della concentrazione di mercato.

#### La calibrazione dell'allertatore sui volumi

Dato il processo di usivo (2):

$$dQ_t = -\theta Q_t dt + \sigma dW_t$$

si può costruire un intervallo di confidenza di tipo predittivo che, considerati i dati dei volumi di negoziazione dei giorni precedenti, inferisce i possibili valori per il giorno successivo.

$$P \left( \begin{array}{c} -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta})} + Q_{t-1} e^{-\theta} \leq \\ \leq Q_t \leq \\ \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta})} + Q_{t-1} e^{-\theta} \end{array} \right) = \chi \quad (15)$$

Gli estremi dell'intervallo rappresentano le soglie dinamiche, che definiscono gli alert per l'andamento dei volumi di negoziazione. Ogni volta che l'andamento osservato dei volumi sarà al di fuori di questo intervallo, si è in presenza di un alert.

Definito formalmente l'intervallo di oscillazione è necessario, per la calibrazione dell'allertatore sui volumi, identificare una modalità per stimare i parametri che caratterizzano l'equazione differenziale stocastica sub (2) utilizzando i dati osservati nel discreto.

Una modalità efficace, che consente di arrivare ad una formulazione esplicita dei parametri e consente, quindi, di evitare l'utilizzo di procedure numeriche, consiste nel riscrivere la versione discreta del processo diffusivo sub (2), i.e.:

$$Q_k - Q_{k-1} = -\gamma Q_{k-1} + \hat{\sigma} Z_k \quad (1)$$

affinchè presenti le medesime caratteristiche distributive della (2) in termini di valore atteso e varianza condizionali [Minenna, 2003 (a), Dixit e Pindyck, 1994].

Si può quindi riscrivere la (1), come:

$$Q_k - Q_{k-1} = (e^{-\theta} - 1) Q_{k-1} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta})} Z_k \quad (16)$$

La (16) diventa il processo discreto che, sulla base delle osservazioni giornalieri dei dati dei volumi, consente la stima dei parametri della (2).

La verifica empirica dell'allertatore è stata effettuata attraverso l'esame dei diversi casi di abuso di mercato rilevati dalla Consob. Tale verifica empirica ha consentito di identificare in 15 giornate di negoziazione l'orizzonte temporale per effettuare la stima di regressione dei dati nel discreto e in 2,33 il valore della variabile casuale normale standardizzata  $z$  che definisce l'intervallo di confidenza di tipo predittivo; si includono pertanto il 99% dei possibili scenari previsionali della variabile finanziaria.

#### La calibrazione dell'allertatore sui rendimenti

È possibile costruire, analogamente a quanto fatto nella sezione 3.1, un intervallo di confidenza di tipo predittivo che, considerati i dati dei rendimenti dei giorni precedenti, inferisce i possibili valori per il giorno successivo i.e.:

$$P \left( \begin{array}{c} -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2q} (1 - e^{-2q})} + (R_{t-1} - \mu) e^{-q} + \mu \leq \\ \leq R_t \leq \\ \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2q} (1 - e^{-2q})} + (R_{t-1} - \mu) e^{-q} + \mu \end{array} \right) \quad (17)$$

La stima dei parametri avviene con lo stesso procedimento visto nella sezione 3.1.

La verifica empirica dell'allertatore è stata effettuata attraverso l'esame dei diversi casi di abuso di mercato rilevati dalla Consob. Tale verifica empirica ha confermato i valori dell'orizzonte temporale e della variabile casuale  $z$  trovati per l'allertatore sui volumi.

#### La calibrazione dell'allertatore sulla concentrazione statica

Nella calibrazione su base giornaliera di questa variabile, ai fini della determinazione delle soglie dinamiche che definiscono gli alert, è opportuno considerare che:

- l'espressione (7) per costruzione, al crescere di  $\alpha$ , è maggiormente sensibile agli operatori che intermediano una percentuale elevata dei volumi;
- gli intermediari-negoziatori non operano necessariamente tutti i giorni su uno specifico titolo (c.d. discontinuità operativa); questa circostanza implica che l'utilizzo di un dato giornaliero sulle quantità negoziate dall'iesimo intermediario-negoziatore per la costruzione dell'indice  $e$ , quindi, della variabile finanziaria che connota l'allertatore, rischia di inserire una forte componente di noise che renderebbe di difficile interpretabilità i valori assunti dalla variabile;
- il modello di riferimento è definito dall'equazione differenziale stocastica (8), versione continua del processo discreto autoregressivo espresso nella (9).

È stato, quindi, seguito il medesimo schema logico-computazionale adottato con riferimento all'allertatore sui volumi (vedi sezione 3.1). L'analisi dei diversi casi di abuso di mercato rilevati dalla Consob, filtrata attraverso le caratteristiche di questo allertatore, ha garantito una verifica empirica efficace per la calibrazione dello stesso; in particolare ha indicato:

- di esaminare le quantità negoziate da ciascun intermediario su un

orizzonte temporale di 5 giornate di negoziazione; in tal modo si risolve il problema della discontinuità operativa di alcuni intermediari-negoziatori;

- di utilizzare un valore del parametro  $\alpha$  pari a 5 che permette di evidenziare le situazioni caratterizzate da una forte concentrazione;
- che la finestra temporale di riferimento, per effettuare la stima di regressione dei dati nel discreto, sia pari a 15 giornate di negoziazione;
- che il valore della variabile casuale normale standardizzata  $z$ , che definisce l'intervallo di confidenza di tipo predittivo, è pari a 2.33 e, pertanto, include il 99% dei possibili scenari previsionali della variabile finanziaria. L'indicatore viene, quindi, specificato come segue:

$$\Theta_t = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} \left( \frac{\hat{Q}_t(i)}{\mu_t} \right)^5 \quad (18)$$

dove

$\hat{Q}_t(i) = \sum_{i=1}^5 Q_{t-5}(i)$  è la quantità complessiva negoziata negli ultimi 5 giorni dall'operatore  $i$ -esimo.

$$\mu_t = \frac{\sum_{i=1}^{n_t} Q_t(i)}{n_t}$$

Come indicato nella sezione 2.3, si calcolano tre allertatori riferiti rispettivamente all'operatività lorda, agli acquisti ed alle vendite degli intermediari-negoziatori, in quanto si ritiene di rappresentare così l'evoluzione della concentrazione statica, anche con riferimento alle direzioni che intraprende il mercato. L'alert di questa variabile finanziaria scatta nel momento in cui almeno uno degli allertatori supera le relative soglie indicate dall'intervallo di confidenza predittivo.

□ **La calibrazione dell'allertatore sulla concentrazione dinamica**

Per la calibrazione su base giornaliera di questa variabile, ai fini delle determinazione delle soglie dinamiche che definiscono gli alert, considerate le caratteristiche costruttive dell'allertatore, vale a dire che:

- la variabile  $\tilde{Q}_t(i)$  confronta un dato riferito ad un tempo  $t$  con il corrispondente valore osservato in un momento antecedente, i.e.  $Q_t(i) - Q_{t-k}(i)$ ;
- anche per questa variabile si riscontra il fenomeno della discontinuità operativa degli intermediari-negoziatori (vedi sezione 3.3);
- il modello di riferimento è definito dall'equazione differenziale stocastica (12), versione continua del processo discreto autoregressivo espresso nella (13).

È stato, quindi, seguito il medesimo schema logico-computazionale adottato con riferimento all'allertatore sui volumi (vedi sezione 3.1).

L'analisi dei diversi casi di abuso di mercato rilevati dalla Consob, filtrati attraverso le caratteristiche di questo allertatore, ha garantito una verifica empirica efficace per la calibrazione dello stesso; in particolare ha indicato che:

- la costruzione della variabile  $\tilde{Q}_t(i)$  avvenga confrontando le quantità negoziate da ciascun intermediario al tempo  $t$  con il corrispondente valore osservato al tempo  $t - 5$  (in altri termini il lag temporale è pari alla settimana di negoziazione di borsa);
- la finestra temporale di riferimento per effettuare la stima di regressione dei dati nel discreto sia pari a 15 giornate di negoziazione.

L'indicatore viene pertanto specificato come segue:

$$\Psi_t = \sqrt{\frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} [Q_t(i) - Q_{t-5}(i)]^2} \quad (19)$$

Come indicato nella sezione 2.4, per la concentrazione dinamica si calcolano tre allertatori riferiti rispettivamente all'operatività netta, agli acquisti ed alle vendite degli intermediari-negoziatori, in quanto si ritiene di rappresentare così l'evoluzione della concentrazione dinamica anche con riferimento alle direzioni che intraprende il mercato. L'alert di questa variabile finanziaria scatta nel momento in cui almeno uno degli allertatori supera le relative soglie indicate dall'intervallo di confidenza predittivo.

**L'algoritmo per la lettura degli alert**

L'allertatore identifica le soglie dinamiche e, quindi, le anomalie nell'andamento della variabile finanziaria esaminata, su base giornaliera, avendo a riferimento un set di osservazioni che scorre nel tempo; in particolare, le soglie dinamiche che, definiscono la banda di confidenza di tipo predittivo per la variabile finanziaria al tempo  $t$  sono calcolate con riferimento all'intervallo  $[t - k, t]$  dove  $k = 15$ . Il sistema per l'identificazione degli alert è quindi di tipo rolling con una finestra di riferimento pari a 15 giornate di negoziazione. Il superamento degli estremi della banda di confidenza di tipo predittivo definiti dal generico allertatore è un segnale di anomalia dell'andamento della relativa variabile finanziaria; di seguito si riepilogano gli estremi delle bande di confidenza che definiscono gli alert per ciascuna variabile finanziaria:

1.  $Q_t \notin (Q_{inf}; Q_{sup})$

$$Q_{inf} = -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta})} + Q_{t-1} e^{-\theta}$$

$$Q_{sup} = +z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\theta} (1 - e^{-2\theta})} + Q_{t-1} e^{-\theta}$$

2.  $R_t \notin (R_{inf}; R_{sup})$

$$R_{inf} = \mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2q} (1 - e^{-2q})} + (R_{t-1} - \mu) e^{-q}$$

$$R_{sup} = \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2q} (1 - e^{-2q})} + (R_{t-1} - \mu) e^{-q}$$

3.  $\Theta_t \notin (\Theta_{inf}; \Theta_{sup})$

$$\Theta_{inf} = -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\zeta} (1 - e^{-2\zeta})} + \Theta_{t-1} e^{-\zeta}$$

$$\Theta_{sup} = +z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\zeta} (1 - e^{-2\zeta})} + \Theta_{t-1} e^{-\zeta}$$

4.  $\Psi_t \notin (\Psi_{inf}; \Psi_{sup})$

$$\Psi_{inf} = -z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\omega} (1 - e^{-2\omega})} + \Psi_{t-1} e^{-\omega}$$

$$\Psi_{sup} = +z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\omega} (1 - e^{-2\omega})} + \Psi_{t-1} e^{-\omega}$$

L'analisi della letteratura e della esperienza di vigilanza hanno indicato che i dati sui volumi di negoziazione, sull'andamento dei rendimenti e sulla evoluzione della concentrazione di mercato vadano esaminati congiuntamente. In questa prospettiva l'osservazione dei diversi casi di abuso di mercato individuati dalla Consob, filtrati attraverso l'applicazione a-posteriori della procedura, ha indicato che un algoritmo efficace per la

lettura congiunta dei diversi alert prodotti dagli allertatori, ai fini dell'identificazione di un warning su uno specifico titolo, consiste nel considerare anomala la giornata di negoziazione in cui almeno tre dei quattro allertatori hanno evidenziato un alert.

Il periodo critico (i.e. il periodo di validità del warning) è definito dalle cinque giornate di negoziazione successive. Nel caso vi siano più giorni consecutivi con un numero di alert superiori a tre, il periodo critico decorre dall'ultimo giorno in cui si è registrato il warning.

### L'esperienza di vigilanza e l'individuazione di casi di abuso di mercato

Il modello proposto per individuare le stock failure che potrebbero essere un segnale di abusi di mercato, essendo basato sulla teoria del limite stocastico, rappresenta una soluzione originale rispetto ai tradizionali metodi econometrici.

Tra gli aspetti differenziali della soluzione ivi riportata vi è la circostanza che le funzioni di densità di probabilità determinate dal modello non sono un'assunzione a-priori da verificare ma un risultato della procedura valutativa adottata. Pertanto tale procedura non dovrebbe essere valutata secondo i canoni di analisi tipici degli approcci econometrici, ma tenuto conto delle soluzioni teoriche di convergenza stocastica utilizzate anche al fine della stima dei parametri.

In particolare, l'esame delle variabili finanziarie nel tempo discreto avviene attraverso un modello autoregressivo che attraverso un'applicazione della teoria del limite stocastico viene portato nel tempo continuo su un'equazione differenziale stocastica del tipo Ornstein-Uhlenbeck o alternativamente una specifica forma dell'equazione retrospettiva di Kolmogorov; questa soluzione teorica comporta una distribuzione normale e una particolare relazione tra i parametri del processo nel tempo discreto ed i corrispondenti nel tempo continuo.

In estrema sintesi si può dire che questa procedura conduce a risultati robusti se:

- esistono le equazioni differenziali stocastiche che assicurano la convergenza debole dei modelli in tempo discreto a quelli in tempo continuo;
- è possibile procedere alla definizione di una relazione forte tra il valore dei parametri dei processi in tempo discreto ed il corrispondente valore di quelli in tempo continuo.

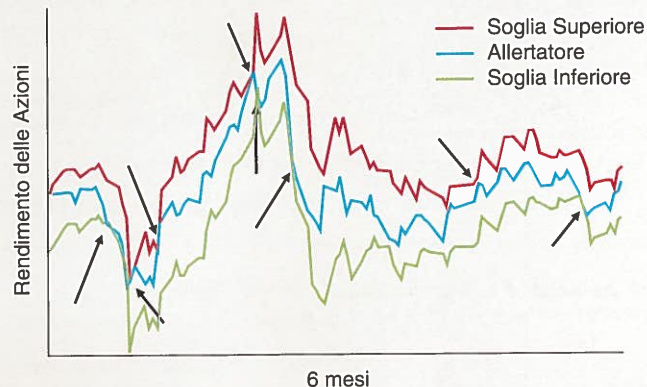
Qualora tali condizioni siano verificate questa procedura rappresenta una soluzione in grado di superare le strutturali debolezze degli approcci econometrici standard.

Di seguito si ricordano alcune di tali debolezze strutturali con riferimento ai rendimenti, variabile finanziaria largamente analizzata in letteratura [Hamilton, 1994, Minenna, 2003 (b)] al fine di individuare e misurare gli abnormal return:

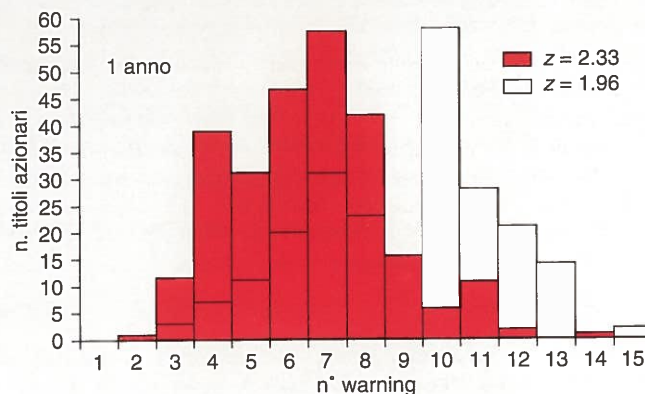
1. l'utilizzo di una serie storica di dati profonda (generalmente più di 150 giorni di contrattazione) – necessaria per la calibrazione delle procedure econometriche e per la risoluzione degli eventuali problemi nella stima dei parametri – potrebbe includere eventi societari rilevanti per l'andamento dei rendimenti delle azioni ma ultronei da quello oggetto di stima; tale circostanza renderebbe i risultati del processo di stima fuorvianti e di difficile interpretazione e significatività statistica;
2. una serie storica di dati profonda potrebbe peraltro non essere disponibile qualora la società sia stata recentemente ammessa alle quotazioni sul mercato azionario;
3. la necessità di un indice di riferimento statisticamente significativo per condurre l'analisi dei rendimenti del singolo titolo; tale necessità – in presenza di titoli quotati su segmenti di mercato privi di un indice di riferimento ovvero di indici di mercato ove il titolo ricopre un eccessivo peso percentuale – può portare a risultati nuovamente fuorvianti e di difficile interpretazione e significatività statistica.

Inoltre, una caratteristica originale della procedura di M.A.D. sviluppata consiste nella sua capacità adattiva ai dati di mercato. La complessa

## 1. Intervallo di confidenza predittivo per l'allertatore sui rendimenti



## 2. Distribuzione di frequenza dei warning generati dalla procedura MAD



procedura di stima dei parametri sviluppata è infatti in grado di scartare i segnali nei giorni seguenti al primo stock failure, c.d. echo, risultato non raggiungibile per costruzione dalle procedure econometriche. Ciò in quanto l'incorporazione della stock failure nella calibrazione della procedura modifica le soglie di previsione adattando gli scenari futuri al nuovo comportamento del mercato filtrando, quindi, i dati secondo una misura che incorpora gli eventi appena verificatisi. Un ulteriore vantaggio derivante dal sopradescritto funzionamento della procedura è che l'allertatore tende a catturare selettivamente l'inizio e la fine delle modifiche micro-strutturali individuate sul mercato. Un'analisi del comportamento degli allertatori del rendimento per un'azione su un periodo di sei mesi potrebbe rendere graficamente quanto sopradescritto (vedi figura 1).

Inoltre, la procedura sviluppata adopera formule chiuse, circostanza che agevola l'implementazione e l'elaborazione dei dati inerenti alle negoziazioni a condizione che gli stessi siano disponibili e strutturati in un database. Tale peculiarità rende non necessario il ricorso – tipico dei modelli econometrici – a simulazioni numeriche ovvero a test statistici funzionali al fine-tuning delle stime/previsioni.

Un'analisi dei warning generati in media in un anno dalla procedura offre un'idea della dimensione dei segnali generati dalla stessa a regime.

Società	Transazioni Anomale		Rapporto all'A.G.: Data	Descrizione del Caso
	Data di Inizio	Data di fine		
Alleanza Assicurazioni	08/11/2001	12/11/2001	21/05/2002	Insider trading riguardante le transazioni su azioni di risparmio Alleanza Assicurazioni nel periodo precedente la conversione di queste azioni in azioni ordinarie
Allianz	prima del 06/09/00		12/10/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni Allianz Subalpina nel periodo precedente l'annuncio della Ras SpA di lanciare un'OPA su queste azioni
Banca Legnano	18/12/2000	19/12/2000	30/11/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni Banca di Legnano nel periodo precedente l'annuncio circa il passaggio del controllo di tale Banca da Banca Intesa a Banca Popolare di Milano
Banca Profilo	prima del 11/01/2000		10/01/2001	Insider trading collegato al rendimento anomalo registrato sulle azioni Banca Profilo nel periodo precedente l'annuncio dell'avvio di un piano per la realizzazione di un servizio innovativo sulla rete di trasmissione dei dati
Burgo	prima del 19/04/00		27/12/2000	Insider trading collegato al rendimento anomalo registrato sulle azioni Cartiere Burgo SpA nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA lanciata dalla Dieci srl su tali azioni
Cir	prima del 13/09/00		09/07/2001	Insider trading su azioni di risparmio Cir nel periodo precedente la data di approvazione – da parte del consiglio di amministrazione – di una proposta di conversione delle azioni di risparmio in azioni ordinarie
Cremonini	prima del 12/01/2001	12/01/2001	02/10/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni Cremonini SpA effettuate prima dell'annuncio della scoperta del primo caso di Encefalopatia Spongiforme Bovina (BSE)
D.Mail	05/11/2001	06/11/2001	25/03/2002	Action-based manipulation collegata al rendimento anomalo registrato sulle azioni Dmail nel periodo immediatamente precedente la dichiarazioni degli azionisti di riferimento di voler salire almeno all'81% del capitale
Fiat	06/04/2001	06/04/2001	06/12/2002	Action-based manipulation sulle azioni ordinarie Fiat connessa alla circostanza che tali azioni rappresentavano il sottostante di opzioni put incorporate nell'ingegnerizzazione di obbligazioni reverse convertible
Generali	04/09/2000	04/09/2000	26/09/2001	Action-based manipulation sulle azioni Assicurazioni Generali connessa alla circostanza che tali azioni rappresentavano il sottostante di opzioni put incorporate nell'ingegnerizzazione di obbligazioni reverse convertible
HDP	01/02/2000	14/02/2000	10/04/2000	Action-based manipulation sulle azioni di H.D.P.
Inv. Imm. Lombardi	07/03/2002	20/03/2002	08/01/2003	Insider trading riguardante le transazioni su azioni Investimenti Immobiliari Lombardi Spa (ora Bipielle Investimenti Spa) nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA su tali azioni lanciata da Banca Popolare di Lodi
Italiana Ass.	prima del 20/04/2001		21/12/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni Italiana Assicurazioni nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA lanciata su queste azioni da Reale Mutua Assicurazioni
Magneti Marelli	13/03/2000	05/05/2000	25/05/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni ordinarie di Toro Assicurazioni e Magneti Marelli nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA su queste azioni lanciata da Fiat Spa
Pirelli & co.	25/09/2000	26/09/2000	01/10/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni ordinarie di Pirelli SpA e Pirelli & C. nel periodo precedente l'annuncio di Pirelli SpA di aver venduto la Optical Technologies USA Corp. alla Corning Inc.
Recodati	01/09/2000	19/09/2000	03/08/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni di risparmio non convertibili Recordati nel periodo precedente l'annuncio della conversione delle azioni di risparmio non convertibili in azioni ordinarie
Rotondi evolution	01/06/1999	19/07/1999	08/05/2000	Action-based manipulation su azioni Rotondi Evolution collegato al rendimento anomalo registrato da tali titoli
Seat P.G.	prima del 10/02/2000		30/07/2002	Insider trading riguardante le transazioni su azioni ordinarie Seat, azioni di risparmio non convertibili Seat e su strumenti finanziari derivati connessi a azioni Seat nel periodo precedente l'annuncio della fusione tra Tin.it e Seat.
Seat P.G.	prima del 10/02/2000		30/07/2002	Action-based manipulation finalizzata ad alterare il prezzo delle azioni ordinarie Seat
Snai	04/01/2001	04/01/2001	05/12/2001	Action-based manipulation finalizzata ad alterare i prezzi di azioni Snai
Toro	13/03/2000	05/05/2000	25/05/2001	Insider trading riguardante le transazioni su azioni ordinarie di Toro Assicurazioni e Magneti Marelli nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA su queste azioni lanciata da Fiat Spa
Unim	prima del 29/09/99		24/01/2001	Insider trading collegato al rendimento anomalo registrato sulle azioni Unim SpA nel periodo precedente l'annuncio di un'OPA su queste azioni da parte di Milano Centrale

La procedura di M.A.D. ha identificato circa 1.800 warning per tutti i titoli quotati sul mercato azionario italiano (circa 270). Si rammenta che i segnali rappresentano delle stock failure condizione necessaria ma non sufficiente per un'ipotesi di abuso di mercato. Infatti, alcuni warning sono riconducibili a tipiche dinamiche di mercato che alterano i corsi dei titoli azionari, quali annunci di operazioni di finanza straordinaria, presentazione dei business plan o dei risultati economicopatrimoniali di periodo ecc.

L'istogramma in figura 2 classifica tutti i titoli italiani quotati in relazione ai warning generati dalla procedura. Inoltre sullo stesso istogramma è riportata la distribuzione di frequenze dei warning calcolati ad un più basso valore di  $z$  - i.e. 1,96 - circostanza che, per costruzione, determina delle bande previsionali più ristrette per i quattro allertatori e quindi una minore selettività nella generazione dei warning<sup>2</sup>.

Questo aspetto mostra che un ulteriore punto di forza della procedura consiste nell'estrema efficacia ed efficienza con cui si controlla l'intero processo di calibrazione della procedura di M.A.D.; la semplice modifica del valore della variabile casuale  $z$  è, infatti, in grado, per caratteristiche costruttive, di servire a tale scopo.

Un'analisi degli abusi di mercato effettuata dalla Consob ed i suoi risultati nel periodo 1999-2003 può offrire un'idea delle attività che seguono i casi identificati. In particolare in questo periodo la Consob:

- ha eseguito 1.494 richieste dati e interviste a intermediari, società, persone individuali, Pubblica Amministrazione e Autorità Straniere;
- ha spedito 101 rapporti all'Autorità Giudiziaria con ipotesi di abuso di mercato;
- ha preparato 42 rapporti senza ipotesi di abusi di mercato finalizzati all'espulsione di casi investigati.

La seguente tabella presenta un campione di 22 casi di Abuso di Mercato che la procedura ha permesso di individuare<sup>3</sup>.

In particolare, la tabella presenta il periodo delle transazioni anomale, le date segnalate dall'Autorità Giudiziaria - i.e. la data in cui è stata terminata l'indagine compiuta dalle unità di enforcement della Consob - la descrizione degli abusi di mercato registrati e il dettaglio dei warning generati dal modello - in base ai quattro allertatori.

Un'ulteriore considerazione deriva dall'osservazione del risultato di una procedura econometrica standard applicata al fine di identificare i rendimenti anomali dei casi riportati nella tabella<sup>4</sup> [Hamilton, 1994, Minenna, 2003 (b)]. La stima giornaliera dei rendimenti anomali, condotta attraverso il modello discreto (4) adotta una verifica di ipotesi con un errore di I specie dell'1%, non ha generato alcun alert per tutti i casi mostrati nella tabella<sup>5</sup>.

## Conclusioni

La definizione di una procedura di Market Abuse Detection (M.A.D.) rappresenta uno strumento indispensabile per un'Autorità al fine di identificare le condotte illecite riconducibili all'aggiotaggio o all'insider trading secondo criteri oggettivi, coerenti nel tempo e ricostruibili a ritroso.

La procedura di M.A.D. sviluppata identifica un approccio di analisi quantitative per la vigilanza sui mercati finanziari in grado di superare sia in termini di efficacia che di efficienza computazionale i limiti dei tradizionali approcci econometrici. Inoltre, non ha la pretesa di rappresentare in maniera esaustiva i fenomeni oggetto di indagine, in

## REFERENCES

- Arnold L, 1974**  
*Stochastic differential equations: theory and applications*  
John Wiley & Sons
- Dixit A and R Pindyck, 1994**  
*Investment under uncertainty*  
Princeton University Press
- Duan J, 1997**  
*Augmented Garch (p, q) process and its diffusion limit*  
Journal of Econometrics 79, pages 97-127
- Ethier S and T Kurtz, 1986**  
*Markov processes: characterization and convergence*  
Wiley
- Hamilton J, 1994**  
*Time series analysis*  
Princeton
- Minenna M, 2002**  
*Inside insider trading*  
Risk March 2002, pages 93-97
- Minenna M, 2003a**  
*The detection of market abuses on financial markets: a quantitative approach*  
Quaderni di Finanza 54, available at [www.consob.it](http://www.consob.it)
- Minenna M, 2003b**  
*Insider trading, abnormal return, value of preferential information: a probabilistic approach*  
Journal of Banking and Finance 27, pages 59-86
- Nelson D, 1990**  
*Arch models as diffusion approximations*  
Journal of Econometrics 45, pages 7-38
- Stroock D and S Varadhan, 1979**  
*Multi-dimensional diffusion processes*  
Springer Verlag

quanto si ritiene potrebbe essere ulteriormente migliorata attraverso:

- l'introduzione di allertatori su altre variabili finanziarie, quali ad esempio la volatilità;
- l'esame delle informazioni che caratterizzano il trading intra-giornaliero come l'inter-arrival time degli ordini di negoziazione;
- lo sviluppo di specificazioni parametriche tali da renderla applicabile anche alle peculiari caratteristiche degli strumenti finanziari derivati e dei relativi mercati di negoziazione.

Si lascia a nuove ricerche il compito di procedere in queste direzioni, certi che l'analisi quantitativa rappresenti una soluzione efficace ed una occasione unica per un migliore svolgimento dei compiti istituzionali attribuiti dal legislatore alle Autorità di Vigilanza, considerato anche il limite oggettivo di risorse umane in cui le stesse operano. ■

<sup>2</sup> In particolare la riduzione del valore della variabile casuale  $z$  determina la corrispondente riduzione al valore di 97,5% per gli scenari di probabilità considerati e determina un corrispondente aumento a 2.400 warning.

<sup>3</sup> La selezione dei casi di abuso di mercato ivi riportata è stata effettuata contemperando la necessità di offrire una rappresentazione significativa della capacità della procedura di identificare i diversi casi di abuso di mercato e l'obbligo del segreto d'ufficio inerente agli stessi.

<sup>4</sup> La scelta di presentare i risultati dell'analisi econometrica con riferimento alla variabile finanziaria del rendimento deriva dalle seguenti considerazioni:

- questa variabile è largamente analizzata in letteratura e quindi la relativa procedura di analisi può ritenersi scevra da problemi implementativi;
- le serie storiche dei dati dei rendimenti sono pubbliche e disponibili nella base dati dei principali data provider. Tali considerazioni rendono la lettura di questi risultati pertanto immediatamente verificabili.

<sup>5</sup> L'analisi è stata condotta:

- adottando gli stessi orizzonti temporali utilizzati per la procedura di M.A.D. e indicati nella sezione 3.2;
- trascurando i problemi calibrativi ed endogeni ai modelli econometrici adottati, dovuti fondamentalmente al basso numero di osservazioni considerate.